제 11 장 연습 / 예제문제

연습문제
11-1
11-2
11-3
11-4
11-5
11-6
11-7
11-8
11-9
11-10

11-11
11-12
11-13
11-14
11-15

홈페이지
예제문제

10-2
10-3
10-5
10-8
10-9
10-12

연습 11-1. 질량이 0.5 kg 인 물체가 가벼운 용수철(상수 $2.4\times10^3\,N/m$)에 매달려 마루 위에 있다. 용수철을 평형 지점에서 8.0 cm 압축하였다가 놓았을 때

풀이

(가) 운동방정식은?

$$F=-kx \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}+\frac{k}{m}x=0 \qquad \frac{d^2x}{dt^2}+\omega^2x=0 \left(\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{2.4\times10^3\,N/m}{0.5kg}}=40\sqrt{3}\,\mathrm{sec}^{-1}\right)$$

(나) 초기위상은**?:** 해를 $x(t)=A\sin(\omega t+\phi)$로 가정하면

t=0 일 때 용수철은 0.08m 로 압축되어 있으므로

초기조건 **:** $t=0$ 에서 $x=x_0=-0.080$ $\qquad x_0=-0.080=0.080\sin\phi \Rightarrow \phi=-\frac{\pi}{2}$

(다) $t=0.25\,\mathrm{sec}$ 에서 물체의 위치는**?**

$$x=0.080\sin(\omega t-\frac{\pi}{2})=-0.080\cos(\omega t)=-0.080\cos(40\sqrt{3}\times0.25)=-3.3\times10^{-3}\,m$$

0.33 cm 압축된 위치

해를 $x(t)=A\cos(\omega t+\phi)$ **로 가정하여 위상값이 π 라고 하여도 좋습니다**

(라) 이 계의 총 에너지를 구하라

총 에너지는 $$\boxed{E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2}$$

$$\therefore E = \frac{1}{2}\times\left(2.4\times10^3\,N/m\right)\times\left(0.08\right)^2 m^2 = 7.7J$$

(마) x=5.0 cm 와 x= -5.0 cm와 일때의 속도를 구하여라.

역학적에너지 보존식으로 부터 $E = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} = \sqrt{\omega^2(A^2 - x^2)} = \sqrt{4800\times(0.08^2 - 0.05^2)} = 4.3(m/s)$$

(바) 물체의 최대 속도를 구하여라. 어느 지점에서 나타나는가?

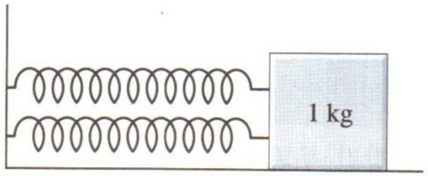
$\boldsymbol{x = 0}$ 일때 $\boldsymbol{v = A\omega = 0.08m \times 4\sqrt{3}s^{-1} = 5.5m/s}$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)}$$

연습 11-2. 용수철 상수 k=1.0 x 10^4 N/m 인 용수철을 절반으로 잘라 얻게 되는 두 개의 용수철에 그림과 같이 질량 1.0 kg 의 물체를 연결하여 마찰이 없는 수평면 위에서 단순조화진동을 하게 하였을 때 각진동수는 얼마인가?

.

풀이



용수철을 반으로 자르거나 (같은 용수철을 병렬로 이어도) 탄성계수는 2배로 증가하고
용수철을 직렬로 이으면 탄성계수는 $\frac{1}{2}$ 배로 줄어든다 (연습 5-1 참조)
이 문제는 용수철을 반으로 자르고 병렬로 이었으므로 처음 용수철 상수 보다 탄성계수가 4 배로 증가한다.

$$k' = 4k$$

$$\omega' = \sqrt{\frac{k'}{m}} = \sqrt{\frac{4k}{m}} = \sqrt{\frac{4 \times \left(1.0 \times 10^4 N/m\right)}{1.0kg}} = 2.0 \times 10^2 rad/s$$

연습 11-3. 단순 조화 진동의 최대 변위가 A 이다. (가) 물체가 최대 거리의 절반 위치에 있을 때 위치에너지와 운동에너지는 각각 총 에너지의 몇 % 인가? (나) 위치에너지와 운동에너지가 같은 위치를 구하여라.

풀이

최대변위 **A 는 진폭에 해당한다** $\Rightarrow \mathbf{E} = \frac{1}{2}kA^2$

(가) 물체가 최대 거리의 절반 위치에 있을 때는 x= A/2 이므로

$$PE = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{kA}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}E \quad (\text{E의 } 25\%)$$

$$\mathrm{KE} = \frac{1}{2}mv^2 = E - PE = \frac{3}{4}E \quad (\text{E의 } 75\%)$$

(나) 위치에너지= 운동에너지가 같은 위치는 전체에너지의 절반이 되는 위치이다.

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}E$$

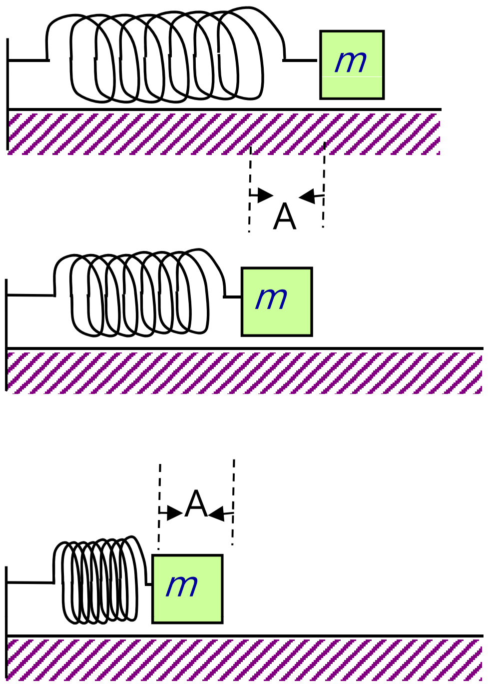
$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) \Rightarrow x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}}$$

연습 11-4. 용수철 상수가 k=5.0 x 10^3 N/m인 용수철의 한쪽 끝은 벽에 고정되어 있고 다른 쪽 끝에는 질량 1.0 kg 의 물체가 연결되어 있다. 5.0 x 10^2 N의 힘으로 물체를 최대한 끌어당겼다가 시각 t = 0 에 물체를 가만히 놓았을 때 물체의 단순조화진동의 변위 x(t) 를 구하라.

.

풀이

$$k = 5.0 \times 10^3 \, N/m$$



단순조화 운동하므로 각진동수는

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{5.0 \times 10^3 \, N/m}{1.0kg}} = 50\sqrt{2} rad/s$$

이고 용수철은 처음에 힘을 주어 늘어나게 한 길이만큼의 진폭으로 진동하므로 조화진동의 진폭은

$$A = \frac{F}{k} = \frac{5.0 \times 10^2 \, N}{5.0 \times 10^3 \, N/m} = 0.1m = 10cm$$

또한 t=0 일 때 단순조화 운동은 최대변위이므로 ϕ=0

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi) = 0.1\cos(50\sqrt{2}t) = 0.1\cos(71t)$$

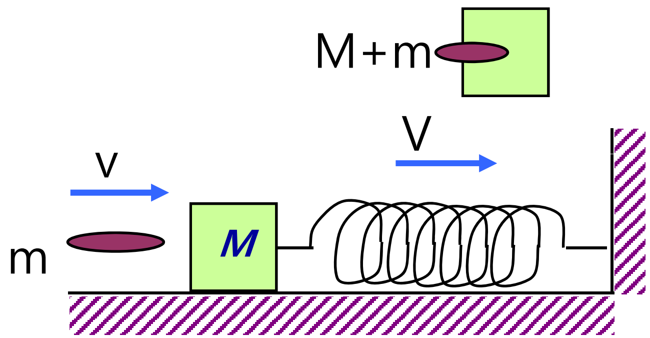
연습 11-5. 그림과 같이 질량 m 인 총알이 용수철에 달려 있는 질량 M 인 나무 토막에 속도 v로 날아와 박혔다. 용수철 상수는 k 이며 용수철 끝은 벽에 고정되어 있다. (가) 총알이 박힌 직후 나무 토막의 속도는 얼마인가?
(나) 단순조화 진동의 최대 진폭은 얼마인가?

풀이

(가) 운동량 보존식으로 부터

$$mv = (M+m)V \qquad \therefore V = \frac{mv}{M+m}$$

(나) 총알이 박힌 나무토막은 용수철의 운동에너지는 모두 용수철을 수축하는 탄성에너지로 전환된다면 역학적에너지 보존에서 최대진폭은



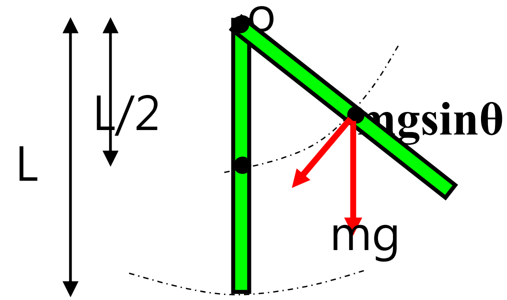
$$E = \tfrac{1}{2}(M+m)V^2 + 0 = 0 + \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kA^2$$

$$E = \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{mv}{M+m}\right)^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\therefore A = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$$

연습 11-6. 길이가 L 이고 질량이 m 인 가느다란 막대의 끝을 천장에 매달아 물리진자를 만들어 단순 조화 운동을 시키고 있다. (가) 막대의 주기를 구하고 (나) 막대 진자의 주기와 같도록 단순진자를 만들려고 한다. 단순진자에 달린 물체의 질량도 m 이라면 실의 길이는 얼마인가?

풀이



운동방정식을 구하면

$$\tau = I\alpha = rF$$

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{L}{2}\right)mg\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{Lmg}{2I}\right)\theta = 0 \;(\because\;\; \sin\theta \approx \theta)$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{Lmg}{2I}} = \sqrt{\frac{3g}{2L}} \quad \left(I = \frac{1}{3}mL^2\right)$$

(가) 막대 진자의 주기

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}$$

(나) 막대 진자의 주기 = 단진자 주기

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$$

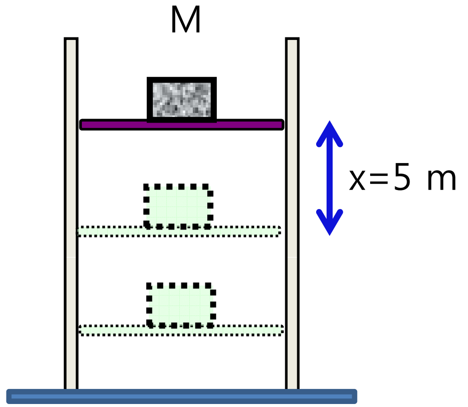
$$\therefore \quad L' = \frac{2L}{3}$$

연습 11-7. 5 m 의 진폭으로 수직으로 단순조화진동을 하고 있는 피스톤 위에 물체가 놓여 있다. 물체가 피스톤과 분리되지 않으려면 단순조화진동의 주기가 얼마 이상이어야 하는가?

.

풀이

수직으로 단순조화 운동을 하는 피스톤의 (단순조화 운동) 가속도는



$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega^2\cos(\omega t + \phi) \qquad \Leftarrow x = A\cos(\omega t + \phi)$$

이고 물체가 피스톤과 분리되지 않으려면 피스톤의 가속도의 최대값이 중력 가속도 보다 작아야 한다.

$$a_{\max} = A\omega^2 \le g \quad \Rightarrow \quad \omega \le \sqrt{\frac{g}{A}} = \sqrt{\frac{9.8m/s^2}{5.0}} = 1.4rad/s$$

그러므로 피스톤의 주기는 $T \ge \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{1.4} = 4.5(s)$

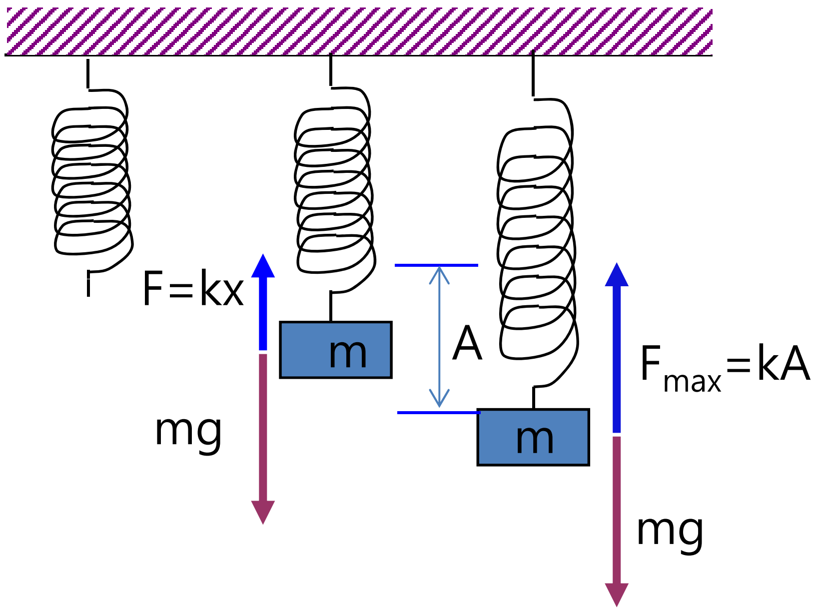
이며 4,5 초 보다는 커야 한다.

연습 11-8. 길이가 L 이고 용수철 상수가 k 인 용수철의 한쪽 끝이 천장에 매달려 있다. 다른 쪽 끝에 질량 m 인 물체를 연결하여 가만히 놓으면 위아래로 단순조화진동을 하게 된다. 단순조화진동의 진폭은 얼마인가?

.

풀이

물체는 처음 위치(평형위치)에서 부터 중력(mg)에 의해 늘어나게 되며 점점 길이가 늘어남에 따라 용수철에 의한 탄성력은 커지면서 최대 A 만큼 늘어난 지점에서 탄성력과 복원력은 같아지게 된다.



$$F_{\max} = kA = mg$$

$$\therefore A = \frac{mg}{k}$$

최대로 늘어난 길이가 진폭이 되며 물체는 단조화진동하게 된다.

연습 11-9. 길이가 1.0m 인 가는 줄에 0.10 kg 인 물체를 달아 다음과 같은 곳에서 운동을 하고 있을 때 주기를 구하여라.

풀이

(가) 정지해 있는 엘리베이터의 천장에 매달려 있다.

단진자 주기 $$\boldsymbol{T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.0m}{9.8m/s^2}} = 2.0\text{s}}$$

(나) 가속도 1.0 m/s^2 으로 올라가고 있는 엘리베이터의 천장에 매달려 있다

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g+a}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.0m}{9.8+1.0m/s^2}} = 1.9\text{s}$$

엘리베이터내에서 느끼는 중력의크기 $(\boldsymbol{P})$

$$\boldsymbol{P - mg = ma \Rightarrow P = m(g+a)}$$

$\boldsymbol{g'}$(엘리베이터내) $\boldsymbol{= g + a}$

(다) 자유낙하하는 엘리베이터의 천장에 매달려 있다.

$$T'' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g-a}} = 2\pi\sqrt{\frac{1.0m}{9.8-9.8m/s^2}} = \infty$$

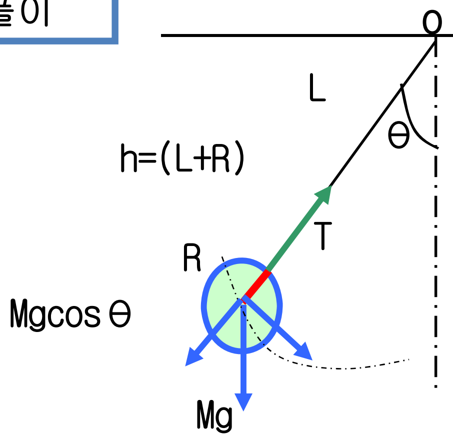
$\boldsymbol{a = -g}$

$\boldsymbol{g'}$(엘리베이터내) $\boldsymbol{= g + a = g - g = 0}$

주기 T 는 무한대 값을 가지면 진동하지 않음

연습 11-10. 반지름이 R이고 질량이 M 인 원판, 링, 속이 꽉 찬 공, 속이 텅빈 공을 길이가 L 인 질량을 무시할 수 있는 실에 매달아 각 θ 까지 들어 올렸다가 단진동 시킨다.

풀이



(가) 단진동 주기가 가장 큰 것은 어느 것인가?

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mg(L+R)}}$$

h=(L+R): 회전축에서 질량중심까지의 거리

I 가 클수록 주기가 길다 $\rightarrow \therefore I_2$(링)

O 점을 중심으로 한
각 물체의 회전관성(평행축 정리)

$$I = I_c + Mh^2,$$

$$I_c = MR^2(\text{링}), I_c = \frac{1}{2}MR^2(\text{원판})$$

$$I_c = \frac{2}{5}MR^2(\text{구}), I_c = \frac{2}{3}MR^2(\text{속빈 구})$$

운동방정식을 구하면

$$\tau = I\alpha = rF_{\perp}$$

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -Mgh\sin\theta$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{Mgh}{I}\theta = 0 \quad (\because \ \sin\theta \approx \theta)$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{Mgh}{I}}$$

(나) 제일 아랫 점에서 질량중심속력이 가장 큰 것은 어느 것인가?

$$v_{cm} = r\omega = h\omega$$

$$= h\sqrt{\frac{Mgh}{I}} = \sqrt{\frac{Mg(R+L)^3}{I}}$$

$\therefore \quad v_{cm} \propto I^{-\frac{1}{2}}$ (I가 작을수록 크다 $\rightarrow$ 구의 v_{cm}이 가장 크다)

(다) 달에서 실험하면 진자의 주기는 얼마인가? $\sqrt{6}$ 배

$$g' = \frac{1}{6}g \Rightarrow \ T' = 2\pi\sqrt{\frac{I}{Mg'h}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M\left(\frac{1}{6}g\right)h}} = \sqrt{6}\ \mathrm{T}$$

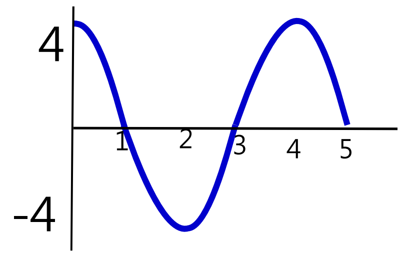
(라) 제일 아랫 점에서의 장력은 ?

실의 방향에서의 알짜힘의 방정식을 구하면 위로 작용하는 장력과 아래로 향하는 Mg cosθ 와의 차이값은 구심력과 같다.(θ=0)

$$T = Mg\cos\theta\big|_{\theta=0} + Mh\omega^2$$

$$= Mg + M(L+R)\omega^2$$

연습 11-11 아래 그림과 같이 용수철에 매달려 진동하는 물체가 있다.
(가) 이 진동의 진폭과 진동수는 각각 얼마인가?
(나) 이 물체의 질량이 1 kg 이라면 이 용수철의 용수철 상수는?
(다) 평형 위치로부터 진폭의 반의 변위에 있을 때, 이 진자의 위치 에너지와 운동 에너지의 비를 구하여라.



풀이

(가) 그림에서 진폭은 4cm 이고 주기 T = 4 sec 이다.
진동수는 f = 1/T =0.25 sec^{-1} 이다

(나) 이 물체의 질량이 1 kg 이라면 이 용수철의 용수철 상수는?

$$\mathrm{k} = m\omega^2 = m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 1kg\left(\frac{2\pi}{4\sec}\right)^2 = \frac{\pi^2}{4\sec}$$

(다) 변위가 진폭의 반이므로
위치에너지는

$$\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{1}{2}A\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = \frac{1}{4}E$$

운동에너지는

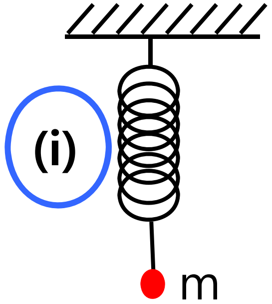
$$KE = \frac{1}{2}mv^2 = E - PE = E - \frac{1}{4}E = \frac{3}{4}E$$

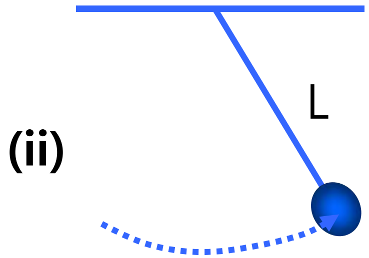
위치에너지와 운동에너지의 비

$$\therefore \frac{PE}{KE} = \frac{\left(\frac{1}{4}E\right)}{\left(\frac{3}{4}E\right)} = \frac{1}{3}$$

연습 11-12 달에 가서 사용할 수 있는 시계는 다음 중 어느 것인가? 그 이유는?

풀이





$$\text{(i)}\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

중력과 상관없이 용수철의 탄성과
용수철에 매달린 질량에만 관계된다.

$$\text{(ii)}\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

주기가 중력가속도에 따라 변한다.

주기가 중력가속도에 따라 변하지 않는 용수철 진자만이 달에서 사용할 수 있다

연습 11-13. 10 kg 인 물체가 용수철에 매달려서 진동하고 있다. 물체의 시간 t 에 대한 평형점으로 부터의 변위 x 는 $x(t) = 10\,cm\,\cos\left[(10\,rad\,/\,s)t + \frac{\pi}{2}\,rad\right]$

로 주어진다.

풀이

(가) 물체의 진동 주기는 얼마인가?

$$\omega = 10\,(rad\,/\,\sec)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi\,(rad)}{10\,(rad\,/\,\sec)} = \frac{\pi\,(rad)}{5\,(rad/\,\sec)} = \frac{\pi}{5}\sec$$

(나) 물체의 최대 속력은 얼마인가?

x(t)=10cos(ωt+Θ) 를 미분하면

v(t)= -10ω sin(ωt+Θ)

이며 속도의 최대값은 sin(ωt+Θ) =1 일 때 이다.

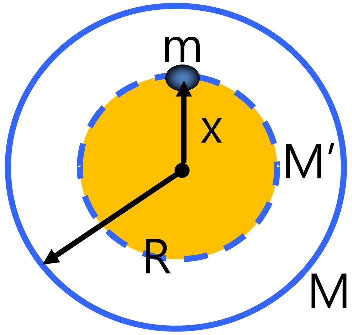
(Θ=π/2)

$$\therefore\ v_{\max} = A\omega = 10\,cm \times 10\,rad\,/\,\sec = 100\,cm\,/\,\sec$$

연습 11-14 지구의 밀도가 균일한 고체로 이루어져 있다고 하자. 지구의 반지름은 R, 질량은 M 으로 하고 그림 처럼 중심을 지나도록 원통형으로 구멍을 뚫었다고 하자 질량이 m 인 물체가 중심으로 부터 x 만큼 떨어진 곳에 있다고 하자.

풀이

(가) 이 물체에 작용하는 중력을 구하여라



$$\frac{M'}{M} = \frac{\frac{4\pi\rho}{3}x^3}{\frac{4\pi\rho R^3}{3}} = \frac{x^3}{R^3} \Rightarrow \boxed{M' = \frac{Mx^3}{R^3}} \quad \left(\boldsymbol{M' = \rho V' = \rho \frac{4}{3}\pi x^3} \right)$$

질량 m 과 M' 사이의 만유인력을 구하고 M' 를 M과 R 로 표시하면

$$F = -\frac{GmM'}{x^2} = -\frac{Gm}{x^2}\left(\frac{M}{R^3}x^3\right) = -\frac{GmM}{R^3}x$$

(나) 운동방정식을 구하여라

$$F = m\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{GmM}{R^3}x$$

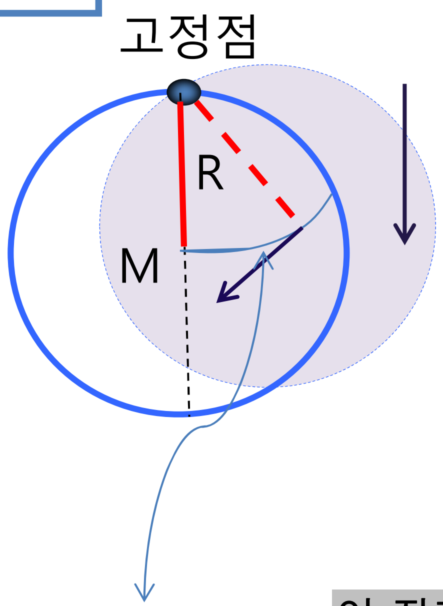
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0 \quad \left(\text{여기서} \quad \omega = \sqrt{\frac{GM}{R^3}} \right)$$

(다) 이 물체의 진동주기를 구하여라

$$\text{주기:}\ T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}$$

연습 11-15 그림과 같이 질량이 M 이고 반지름이 R 인 원판의 한 끝을 고정시키고 작은 진폭으로 진동하게 한다. 원판의 중심에 대한 회전관성은 ½ MR^2 이다. 이 원판과 같은 질량을 갖고 같은 주기로 진동하는 단진자를 만든다면 그 길이는 얼마여야 하는가?

풀이



$Mg\sin\theta$

운동방정식을 구하면 $\tau = I\alpha = rF_{\perp}$

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = -MgR\sin\theta \qquad (\because \ \sin\theta \approx \theta)$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \left(\frac{MgR}{I}\right)\theta = 0$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{MgR}{I}} = \sqrt{\frac{MgR}{I_{cm} + MR^2}} = \sqrt{\frac{MgR}{\frac{1}{2}MR^2 + MR^2}} = \sqrt{\frac{2g}{3R}}$$

이 진자의 회전관성은 회전축이 R 만큼 평행이동하였으므로

$$I = I_{cm} + MR^2 = \tfrac{1}{2}MR^2 + MR^2 = \tfrac{3}{2}MR^2 \qquad \left(I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2\right)$$

이 진자의 주기

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{3R}{2g}}$$

같은 주기의 단진자로 만든다면

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{\left(\frac{3R}{2}\right)}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{L'}{g}}$$

$$\therefore \quad L' = \frac{3R}{2}$$

예제 10-2. 용수철에 매달려 진동하는 물체의 변위는 $x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$ 이다. 초기 변위가 0 이고 초기 속도가 음의 x 축일 때 위상상수는 얼마인가?

$$x(t) = A\cos(\omega t + \phi)$$

풀이

미분하면 $v(t) = -\omega x_m \sin(\omega t \pm \phi)$

초기조건 : $t = 0$ 에서 $x = x(0)$

$v = v(0)$

$$x(0) = x_m \cos\phi = 0 \qquad (1)$$

$$v(0) = -\omega x_m \sin\phi < 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < \sin\phi \le 1 \qquad (2)$$

(1), (2) 를 만족하는 위상상수는 $\phi = \dfrac{\pi}{2}$ **이다.**

예제 10-3 어떤 용수철에 질량이 M 인 물체를 수직으로 매달면 9mm 늘어난다. 이 계의 고유 진동수는 얼마인가?

운동방정식을 구하면

풀이

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -ky$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \left(\frac{k}{m}\right)y = 0$$

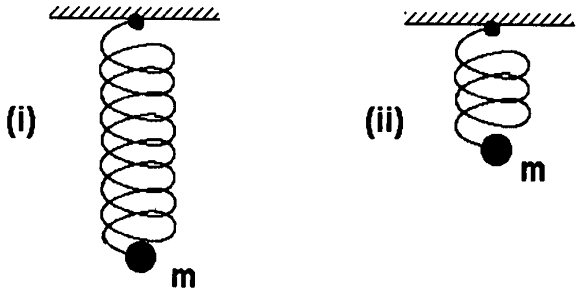
$$\boldsymbol{F = ky = Mg \Rightarrow k = \frac{Mg}{y}}$$

각진동수는 $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\left(\frac{Mg}{y}\right)}{M}} = \sqrt{\frac{g}{y}}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{y}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{9.8m/s^2}{9\times10^{-3}m}} = 5.3s^{-1} = 5.3Hz$$

예제 10-5 아래 그림과 같이 용수철 (i)는 질량 m 인 물체를 달고 주기 T로 단순 조화 진동을 한다. 용수철 (ii)는 용수철 (i) 길이의 ½ 이고 동일한 질량 m 을 달고 단순 조화 진동을 한다. 이 때 용수철 (ii)의 주기는 얼마인가?

풀이



$$F = kx \qquad F = k'x' = k'\left(\frac{1}{2}x\right)$$

절반 자른 용수철의 탄성계수는 2배로 늘어나게 되므로 절반으로 자른 용수철의 주기 T' 는

$$\therefore k' = \frac{F}{\left(\frac{1}{2}x\right)} = 2\left(\frac{F}{x}\right) = 2k$$

$$T' = \frac{2\pi}{\omega'} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{2k}} = \sqrt{\frac{1}{2}}\left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \sqrt{\frac{1}{2}}T$$

예제 10-8. 지구 위에서 단진자의 주기는 1 s 이다. 지구 중력 가속도 g 의 10배인 행성에서 단진자의 주기는 얼마인가?

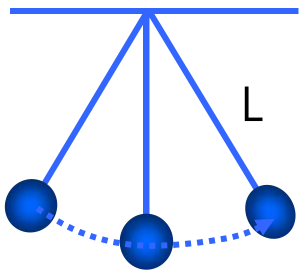
풀이

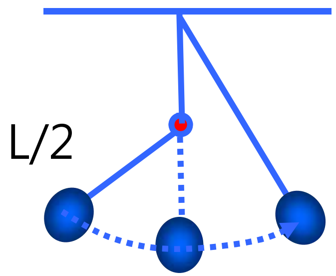
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1s \qquad (g' = 10g)$$

$$T' = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g'}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{10g}} = \sqrt{\frac{1}{10}}\left(2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\right) = \sqrt{\frac{1}{10}}T = \frac{1\sec}{\sqrt{10}} = 0.3\sec$$

예제 10-9. 아래의 왼쪽 그림은 길이가 L 이고 주기가 T 인 단진자이다, 이 단진자에 오른쪽 그림과 같이 줄의 중간 지점에 못을 박았을때 단진자의 주기는 얼마인가?

풀이





$$T_{total} = \frac{1}{2}T_{\frac{L}{2}} + \frac{1}{2}T_L = \frac{1}{2}\left(2\pi\sqrt{\frac{\left(\frac{L}{2}\right)}{g}} + 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\right)$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\right) = T\left(\frac{\sqrt{2}+2}{4}\right)$$

예제 10-12. 한 점의 x 와 y 좌표가 각각 단순 조화 진동을 한다. 각 좌표 진동의 진동수는 같으나 진폭은 서로 다르다. 이때 진동이 그리는 궤적은 무엇인가?

풀이

$$x = A\cos(\omega t + \varphi)$$
$$y = B\sin(\omega t + \varphi)$$

$$\cos^2(\omega t + \varphi) + \sin^2(\omega t + \varphi) = \left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 = 1$$

$$\left(\frac{x}{A}\right)^2 + \left(\frac{y}{B}\right)^2 = 1 \Rightarrow \text{타원궤도} \ (A \neq B)$$