

제 4장 연습문제 및 예제문제

연습문제

4-1, 4-6, 4-11

4-2, 4-7, 4-12

4-3, 4-8, 4-13

4-4, 4-9, 4-14

4-5, 4-10, 4-15

홈페이지

예제문제

4-2

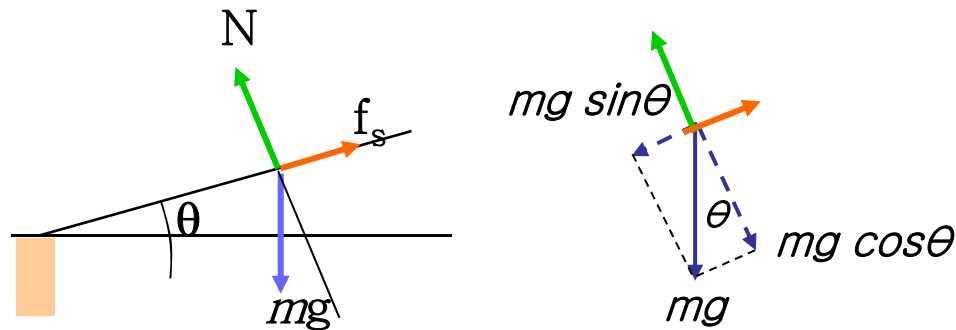
4-5

4-7

4-10

연습 4-1 어떤 물체와 바닥 면과의 정지 마찰계수가 얼마인가를 측정하기는 쉽다. 바닥면과 같은 상태의 판면 사이에 어떤 물체를 놓고 판면의 한 끝을 천천히 들어 올렸더니 어느 각도에 이르러 물체는 미끄러져 내리기 시작하였다. 그 각도를 θ 라 할 때 정지마찰계수는 얼마인가?

풀이



$$\begin{array}{ll} \text{빗면에 수직인 방향} & N - mg \cos \theta = 0, \\ \text{빗면의 방향} & f_s - mg \sin \theta = 0 \end{array}$$

마찰력의 크기는 수직항력에 비례함 $f_{s \max} = \mu_s N$

$$f_s = mg \sin \theta = f_{s \max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$$

$$\mu_s = \tan \theta_0$$

연습 4-2 화물이 실린 어떤 비행기의 무게는 $2.75 \times 10^6 \text{ N}$ 이다. 그 비행기의 엔진 추진력이 $6.35 \times 10^6 \text{ N}$ 이라면 최저 이륙 속력이 285 km/h 에 도달하기 위해 필요한 활주로의 길이는 최소 얼마인가?

풀이

비행기의 처음속도: $v_0 = 0$

비행기의 이륙속도:
$$v = 285 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \left(\frac{10^3 \text{ m}}{\text{km}} \right) \left(\frac{\text{h}}{3600 \text{ sec}} \right) = 79.166 \text{ m/s}$$

등가속도 운동의 공식에 의해 구할 수 있다 $v^2 - v_0^2 = 2as$

추진력 F 에 의해 얻는 가속도는 $a = \frac{F}{m} = \frac{F}{W/g}$ (비행기의 무게 : $W = mg$)

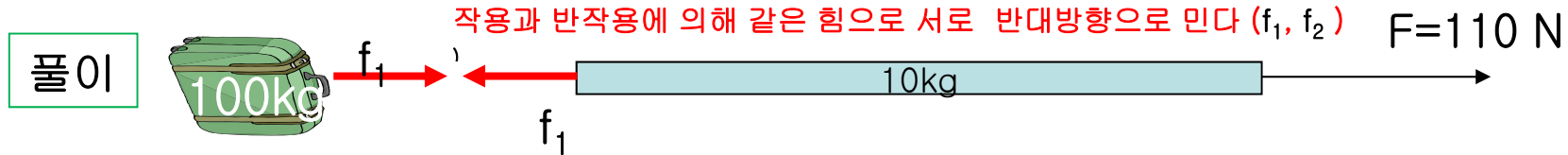
$$s \geq \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2} \left(\frac{W}{Fg} \right) = \frac{79.166^2 \times 2.75 \times 10^6}{2 \times 6.35 \times 10^6 \times 9.8 \times 10^6} = 138 \text{ m}$$

(다른 방법) 활주로의 길이를 s 라 하고 일 에너지 정리를 사용하면

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow s = \frac{mv^2}{2F} = \frac{v^2}{2F} \left(\frac{W}{g} \right) = \frac{(79.166)^2 \times 2.75 \times 10^6}{2 \times 6.35 \times 10^6 \times 9.8} = 138 \text{ m}$$

연습 4-3 질량이 100kg 인 물체에 질량이 10kg 인 밧줄을 연결하여 수평 방향으로 110N 의 힘으로 끌고 있다.

(가) 물체에 작용하는 힘은?

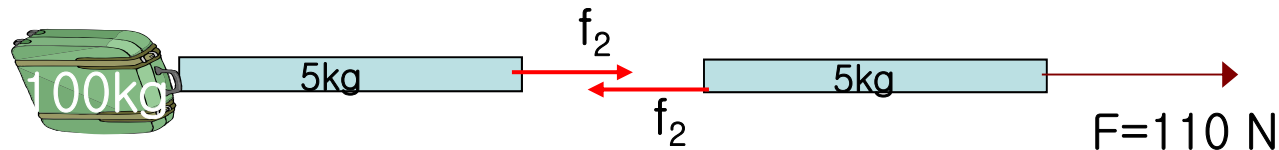


밧줄과 물체에 작용하는 가속도는 연결되어 있으므로 같은 가속도를 가진다. 그러므로

$$\text{밧줄과 물체에 작용하는 가속도 : } a = \frac{F}{m} = \frac{110\text{N}}{100+10(\text{kg})} = 1\text{m/s}^2$$

$$\text{물체에 작용하는 힘 } f_1 : f_1 = 100a = 100\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 100\text{N}$$

(나) 밧줄 중간 부분에 작용하는 장력은?



그림처럼 물체와 밧줄의 반에 작용하는 힘이므로

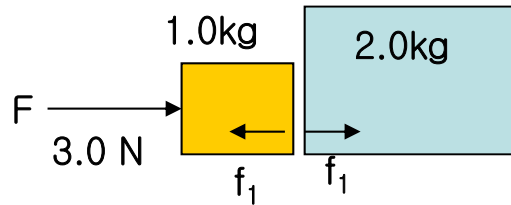
$$\therefore f_2 = 105 a = 105 \text{ kg} \times 1 \text{ m/s}^2 = 105 \text{ N}$$

$$(\text{또는 } F - f_2 = 110 - f_2 = 5a \Rightarrow f_2 = 105a)$$

연습 4-4 마찰이 없는 책상에 두 물체가 접촉해 있다. 두 물체의 질량이 각각 1.0kg, 2.0kg 이고 3.0 N 의 힘을 1.0kg 에 작용시킬때 (가) 두 물체 간의 접촉력은? (나) 같은 힘을 2.0kg 에 작용할 때 두 물체끼리 작용하는 힘의 크기를 구하라

(가) 왼쪽에 3.0N을 가했을 때

풀이



작용과 반작용에 의해 같은 힘으로 서로 반대방향으로 미다 (f_1, f_2)

두 물체가 접촉해 있으므로
(가)와 (나)모두 가속도는 1.0m/s^2
이지만 접촉력 f_1 과 f_2 는 각각 다르다

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3.0\text{N}}{2.0+1.0(\text{kg})} = 1.0\text{m/s}^2$$

(가) 1kg 에 작용한 알짜힘

$$F - f_1 = 3.0 - f_1 = 1.0 \times a \quad (1)$$

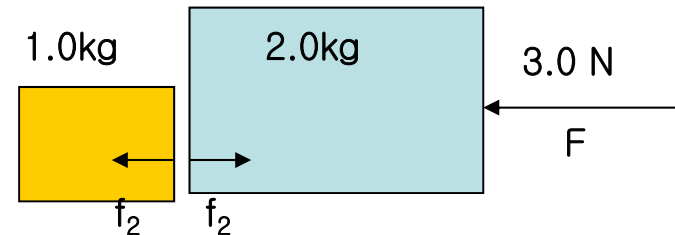
2kg 에 작용한 알짜힘

$$f_1 = 2.0 \times a \quad (2)$$

(접촉력)

$$\therefore f_1 = 2.0\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 2.0\text{N}$$

(나) 오른쪽에 3.0N을 가했을 때



(나) 2kg 에 작용한 알짜힘

$$F - f_2 = 3.0 - f_2 = 2.0 \times a \quad (1)$$

1kg 에 작용한 알짜힘

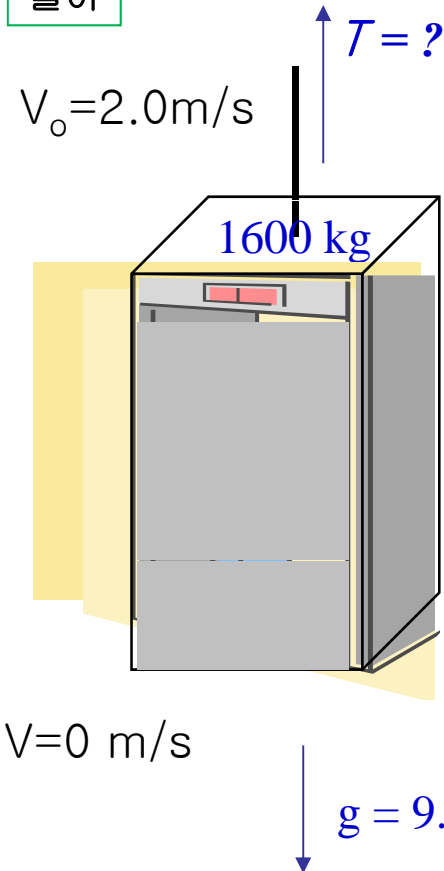
$$f_2 = 1.0 \times a \quad (2)$$

(접촉력)

$$\therefore f_2 = 1.0\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 1.0\text{N}$$

5. 승강기의 총 질량이 2,000 kg 이다 초속도 2.0 m/s 로 내려오던 승강기가 어느 순간 부터 일정한 가속도로 감속하여 4.0 m 더 간 후 정지하였다. 정지하기 까지 승강기를 연결한 줄의 장력은 얼마인가 ? (중력가속도의 크기를 10 m/s^2 으로 계산하시요)

풀이



일정한 가속도로 감속하므로 가속도는 위로 작용하는 것으로 볼 수 있다. 가속도의 크기는

$$\Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - (2.0 \text{ m/s})^2}{2 \times 5 \text{ m}} = 0.4 \text{ m/s}^2 \leftarrow (v^2 - v_0^2 = 2as)$$

$T \uparrow$
 $a = ? \text{ m/s}^2$
(감속)

엘리베이터의 질량을 m 이라 놓고 힘의 방정식을 왼쪽 그림을 통해 T , mg 가 줄다리기 해서 그 결과 위로 올라가면

$$T - mg = ma$$

$$T = mg + ma = m(g + a)$$

$$= (1600 \text{ kg}) \cdot (9.8 + 0.4) \text{ m/s}^2$$

$$= 16,320 \text{ N}$$

정답 : 16,320 N

연습 4-6 그림과 같이 도르래를 통하여 연결된 두물체가 있다. 수평면에 놓인 (가)의 무게는 44 N 이고 ;(나) 무게는 22 N이다. 물체와 수평면간의 마찰계수가 0.20 이라면 (가)물체가 미끄러지지 않게 그 위에 놓아야 할 물체(다)의 최소무게는?

풀이

물체가 미끄러지지 않게 놓아 둘 물체의 무게(중력)를 x 라 놓고 (가)와 (나)에 작용하는 힘을 통해 (가)와 (나)에 대해 운동방정식을 세워 본다. 이 물체는 정지해 있는 상태이므로 가속도는 0 이다

(나)에 작용하는 힘에 대한 운동방정식

$$T - W_1 = T - 22N = 0 \Rightarrow T = 22N \quad (1)$$

(가+다)에 작용하는 힘에 대한 운동방정식해서 y 축 방향: $N = W + x \quad (2)$

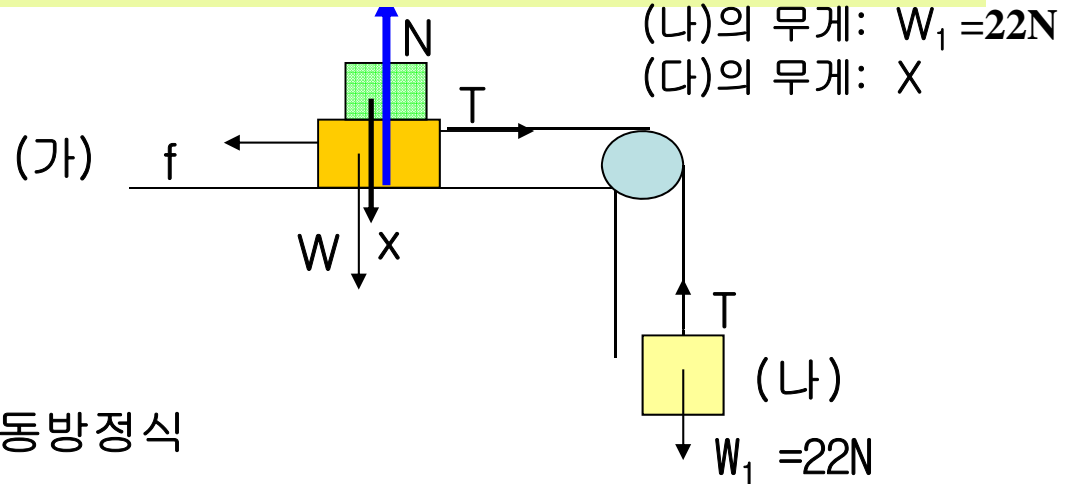
$$x\text{축 방향: } f = \mu N = \mu(W + x) = T \quad (3)$$

(장력 T 와 반대방향으로 마찰력 $f = \mu N$ 이 있음으로 평형을 이루어 미끄러지지 않게 된다)

(1)(2)(3) 식을 연립하면

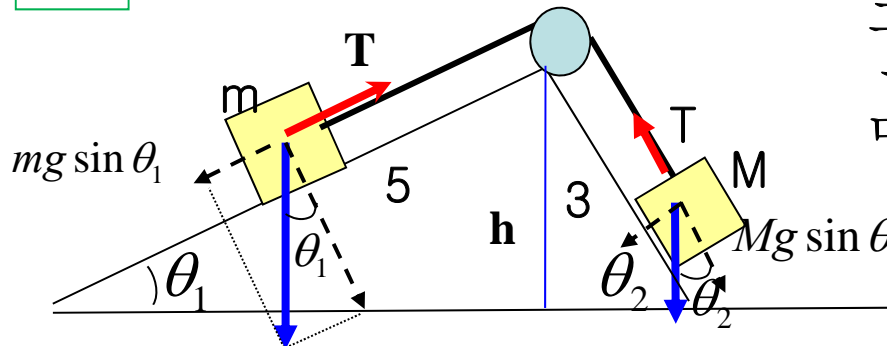
$$\Rightarrow 0.2 \times (44 + x) = 22N$$

$$\therefore x = 66N$$



연습 4-7 경사면 길이의 비가 5 : 3 인 두 경사면이 그림과 같이 서로 마주 보고 있다. 두 경사면 위에는 물체 (가)와 (나)가 끈으로 연결되어 평형을 유지하고 있다. 물체 (나)의 질량은 (가)의 질량의 몇배인가?

풀이



그림에서 장력 T 는 서로 같다.
물체 m 과 M 이 평형을 이루어 빗면에서 미끄러지지 않으므로

$$T = mg \sin \theta_1 = Mg \sin \theta_2$$

그림에서

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta_1 = \frac{h}{5}, \quad \sin \theta_2 = \frac{h}{3} \\ \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\left(\frac{h}{5}\right)}{\left(\frac{h}{3}\right)} = \frac{3}{5} \end{array} \right.$$

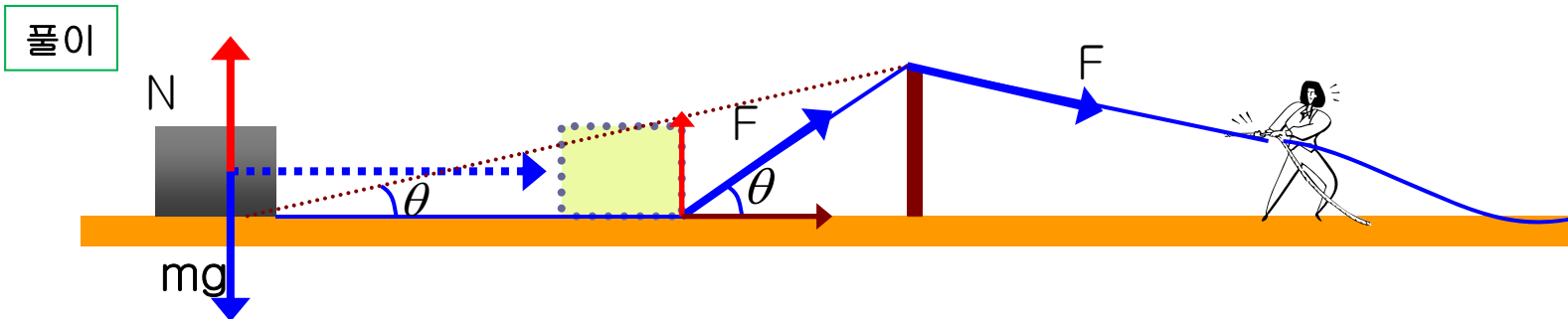
$$\begin{aligned} m \sin \theta_1 &= M \sin \theta_2 \\ \Rightarrow \frac{M}{m} &= \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{3}{5} \end{aligned}$$

$$M = \frac{3}{5} m$$

또는 사인법칙을 이용하면

$$\frac{5}{\sin \theta_2} = \frac{3}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{3}{5}$$

연습 4-8 담너머에 있는 물체의 밑에 줄을 연결하여 일정한 힘으로 사람이 줄을 잡아 당기면 물체는 담쪽으로 끌려 온다. 물체와 바닥 사이의 마찰은 무시한다. (가) 장력의 세기는 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는 가? (나) 이 물체의 가속도는 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는가? (다) 수직항력은 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는 가?



(가) 장력 F 는 일정하다

(나) 물체의 운동방정식(수평방향) 에서

$$F \cos \theta = ma \Rightarrow a = \frac{F \cos \theta}{m} \quad (0 \leq \theta \leq 90^\circ) \quad \text{가 커지면 } a \text{ 는 감소}$$

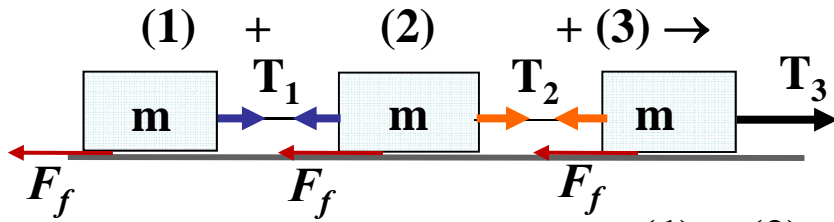
(다) 물체의 운동방정식(수직방향)에서

$$N + F \sin \theta - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 90^\circ)$$

끌려감에 따라 각이 커지게 되면 수직항력은 감소

연습 4-9 아래 그림과 같이 질량이 같은 세 벽돌이 실로 연결되어 마루에 놓여있다. 이제 오른쪽에서 벽돌을 잡아 당길 때, 세 장력의 크기 비 $T_1:T_2:T_3$ 는? (마찰력을 고려하지 않은 경우)

풀이



세 벽돌은 연결되어 있으므로 전체에 작용한 힘의 방정식 :

$$(1) + (2) + (3) \rightarrow 3ma = T_3 \quad (1)$$

$$(1) + (2) \rightarrow 2ma = T_2$$

$$ma = T_1$$

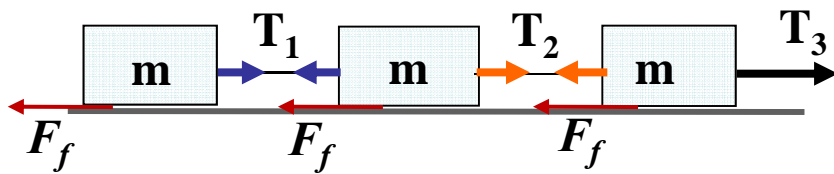
$$\therefore T_1 : T_2 : T_3 = 1 : 2 : 3$$

(마찰력을 고려한 경우에도 같다)

연습 4-9 아래 그림과 같이 질량이 같은 세 벽돌이 실로 연결되어 마루에 놓여있다. 이제 오른쪽에서 벽돌을 잡아 당길 때, 세 장력의 크기 비 $T_1:T_2:T_3$ 는?

풀이

세 벽돌은 연결되어 있으므로 전체에 작용한 힘의 방정식 :



$$(1) + (2) + (3) \rightarrow 3ma = T_3 - 3F_f$$

$$a = \frac{T_3 - 3F_f}{3m} \quad (4)$$

각 물체에 작용한 알짜힘의 크기 :

$$ma = T_3 - T_2 - F_f \quad (1)$$

$$ma = T_2 - T_1 - F_f \quad (2)$$

$$ma = T_1 - F_f \quad (3)$$

(4) \rightarrow (3) 로 대입하면 장력 T_1 은

$$T_1 = ma + F_f = m \left(\frac{T_3 - 3F_f}{3m} \right) + F_f = \frac{T_3}{3}$$

(4) \rightarrow (2) 로 대입하면 장력 T_2 는

$$T_2 = T_1 + F_f + ma = (ma + F_f) + (F_f + ma) =$$

$$= 2ma + 2F_f = 2m \left(\frac{T_3 - 3F_f}{3m} \right) + 2F_f = \frac{2}{3}T_3$$

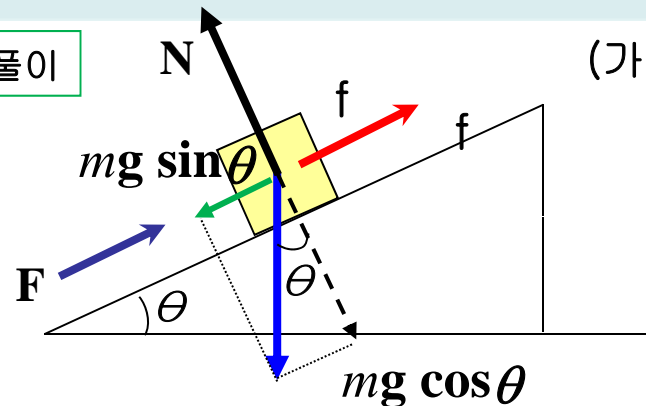
$$\therefore T_1 : T_2 : T_3 = \frac{T_3}{3} : \frac{2T_3}{3} : T_3 = 1 : 2 : 3$$

연습 4-10 그림과 같이 각도 θ 로 경사진 빗면에 질량이 m 인 물체가 놓여있다. 물체와 면 사이의 정지마찰계수는 μ_s 이고 운동마찰계수는 μ_k 이다. 이때 빗면과 평행하게 크기가 F 인 힘을 가한다.

(가) $F=0$ 이면 물체가 미끄러져 내려온다. 이 물체가 미끄러지지 않게 하려면 F 는 최소한 얼마이어야 하는가?

(나) 이 물체가 빗면 위쪽으로 가속도의 크기가 a 로 미끄러져 올라가고 있다면 이 때 가해진 힘의 크기는 얼마인가?

풀이



(가) 이때 마찰력의 방향은 미끄러지는 운동을 일으키지 않게 빗면 위로 작용하며 정지 마찰계수가 작용한다.

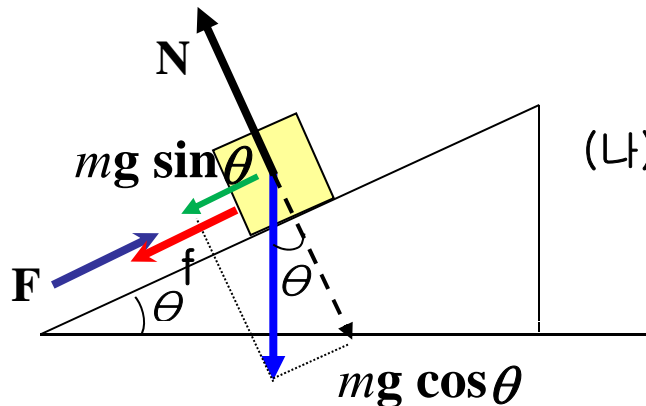
질량 m 인 물체에 작용하는 힘

$$\text{-빗면에 수직방향 : } N = mg \cos \theta \quad (1)$$

$$\text{-빗면방향 : } F + f - mg \sin \theta = 0 \quad (2)$$

$$(f = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta)$$

$$F \geq mg(\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \quad \because (2)$$



(나) 물체 m 이 빗면 위로 가속도 a 를 가지고 올라가므로 마찰력의 방향은 운동방향과 반대인 빗면 아래이며 운동마찰계수가 작용한다.

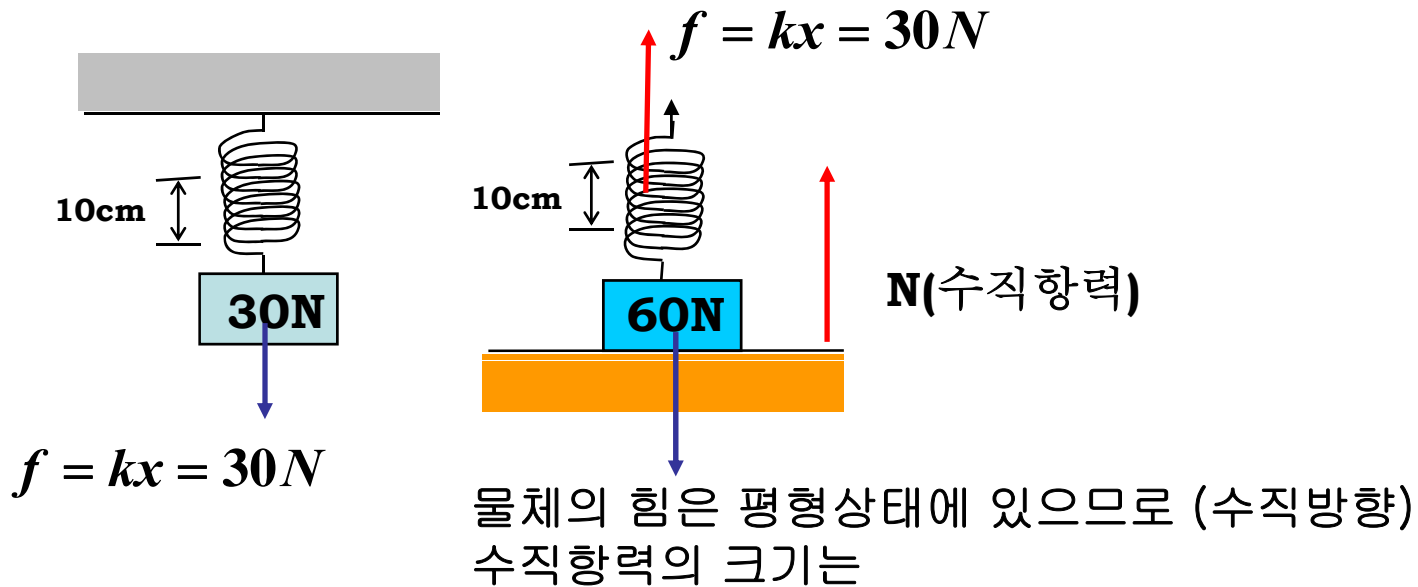
$$ma = F - \mu_k N - mg \sin \theta = F - \mu_k mg \cos \theta - mg \sin \theta$$

$$\Rightarrow F = m(a + g \sin \theta + \mu_k g \cos \theta)$$

f : 마찰력, N : 수직항력

연습4-11 용수철에 무게가 30N인 물체를 매달았더니 용수철의 길이가 10cm 늘어났다. 이 용수철을 바닥에 놓인 무게 60N 인 물체에 연결하고 위로 잡아당겨 길이가 10cm 이 되었을 때 바닥이 물체에 작용하는 수직항력은?

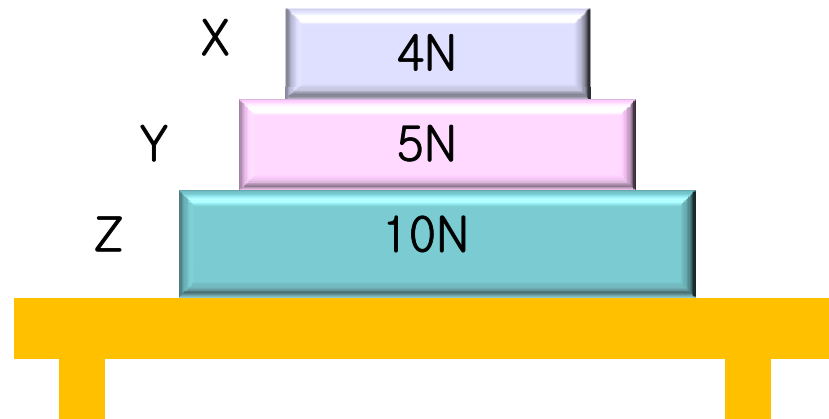
풀이



$$f + N - 60 = 0$$

$$\therefore N = 60 - f = 60 - 30 = 30(N)$$

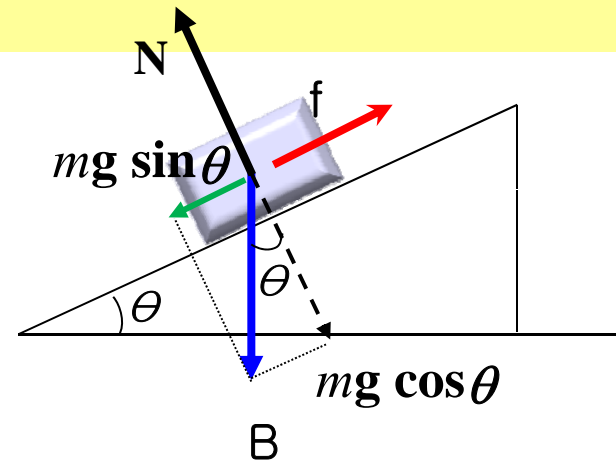
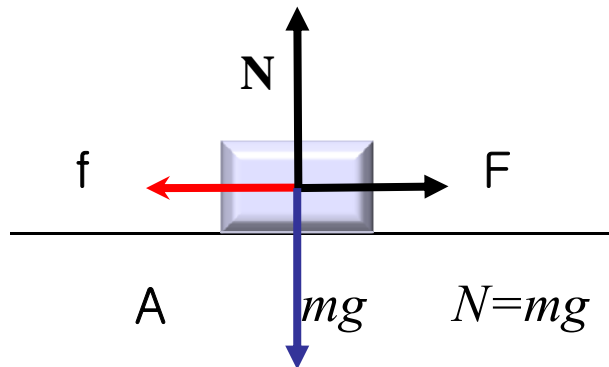
연습4-12. 세 권의 책(X, Y, Z)이 책상 위에 놓여 있다. X의 무게는 4N, Y의 무게는 5N, Z의 무게는 10N이다. Y에 작용하는 알짜힘은 얼마인가?



풀이 Y 물체는 평형상태에 있으므로 작용하는 모든 힘의 합력은 0이다.
즉, 알짜힘은 0이다.

연습4-13. 아래 그림 A 와 같이 널빤지 위에 무게 2N 인 상자가 놓여 있다. 이제 널빤지를 B 와 같이 기울여 지면과 45° 의 각도를 이룰 때, 상자가 미끄러지기 시작하였다. 널빤지가 지면과 나란한 A 의 상황에서 상자를 움직이는 최소 힘은 얼마인가?

풀이



B 의 경우 : 물체와 면 사이의 최대정지 마찰계수는 미끄러지기 시작한 빗면의 경사각에 의해 결정된다. (연습 4-1 참조)

$$\mu_s = \tan \theta_0 = \tan 45^\circ = 1$$

A의 경우 : 물체를 움직이려면 최소한 마찰력보다 큰 힘을 주어야 한다.

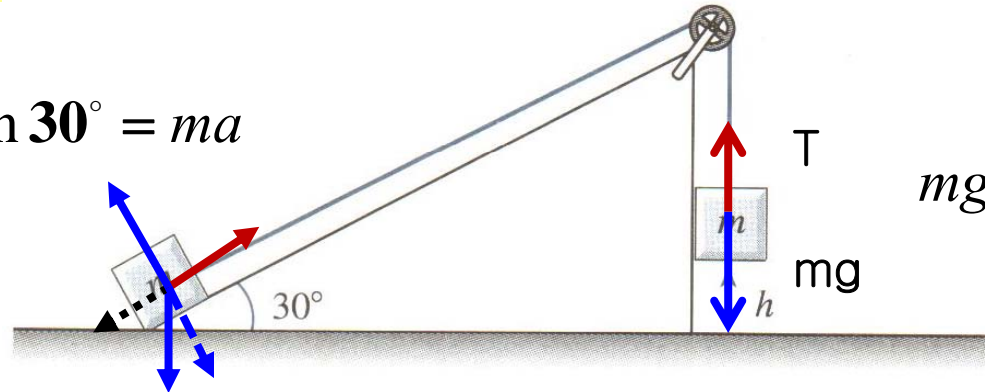
$$\text{최소 힘} \quad F \geq f = \mu_s N = \mu_s mg = 2(N) \quad (\mu_s = 1, mg = 2)$$

연습4-14. 아래 그림과 같이 질량이 m 으로 같은 두 물체가 마찰이 없는 경사면에 마찰이 없는 도르래를 통해 질량을 무시할 수 있는 끈으로 연결되어 있다. 초기에 왼쪽 물체는 지면에 닿아 있고 오른쪽 물체를 높이 h 에서 정지 상태로 떨어뜨린다고 하자. (중력가속도는 g 이다.)

(1) 오른쪽 물체가 지면에 닿기 전에 두 물체의 가속도의 크기는 얼마인가?

풀이

$$T - mg \sin 30^\circ = ma$$



$$mg - T = ma$$

두 물체에 대한 힘의 방정식을 각각 구하여 연립하여 가속도를 구할 수 있다.

왼쪽물체
$$T - mg \sin 30^\circ = T - \frac{1}{2}mg = ma \quad (1)$$

오른쪽 물체

$$mg - T = ma \quad (2)$$

$$\therefore a = \frac{1}{4}g$$

(2) 오른쪽 물체가 지면에 닿기 직전 두 물체의 속력은 얼마인가?

풀이

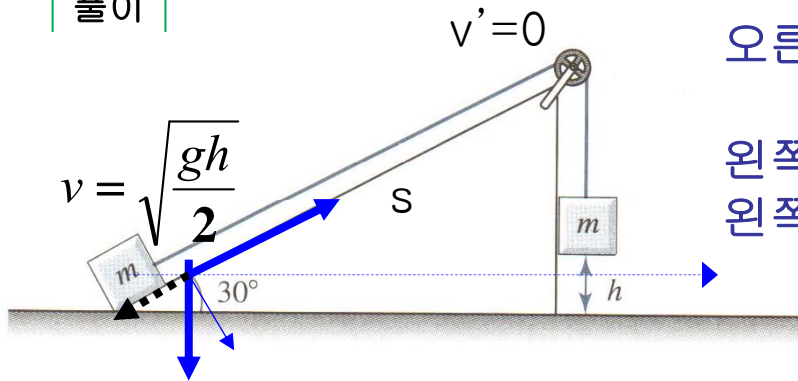
오른쪽 물체의 처음 속력은 0 이고 가속도 $a = g/4$ 로 떨어지게 되므로

$$v^2 - \cancel{v_0^2} = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2\left(\frac{g}{4}\right)h} = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

연습4-14. 계속

(3) 왼쪽의 물체는 수직 방향으로 최고 얼마만큼 올라가겠는가?
(주의: 오른쪽 물체가 지면에 닿아 정지한 이후에도 왼쪽 물체는 계속 움직일 수 있다.)

풀이



오른쪽 물체가 지면으로 떨어졌을 때

왼쪽 물체가 움직인 거리 : 빗면상으로 h
왼쪽 물체의 속도는 오른쪽 물체의 속력과 같다.

$$v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

(오른쪽 물체가 떨어진 후에는) 왼쪽 물체가 중력가속도의 빗면 성분인 $a' = g \sin \theta$ 에 의해 감속되므로 정지할 때까지 움직인 빗면 상의 거리는

$$v'^2 - v^2 = 2as \Rightarrow 0 - \left(\sqrt{\frac{gh}{2}} \right)^2 = -2 \left(\frac{g}{2} \right) (s) \therefore s = \frac{h}{2}$$

그러므로 왼쪽 물체가 이동한 총 빗면상의 거리는 $\frac{3h}{2}$ 이고
수직방향으로 이동한 최고 높이는

$$\therefore h' = \frac{3h}{2} \sin 30^\circ = \frac{3h}{4}$$

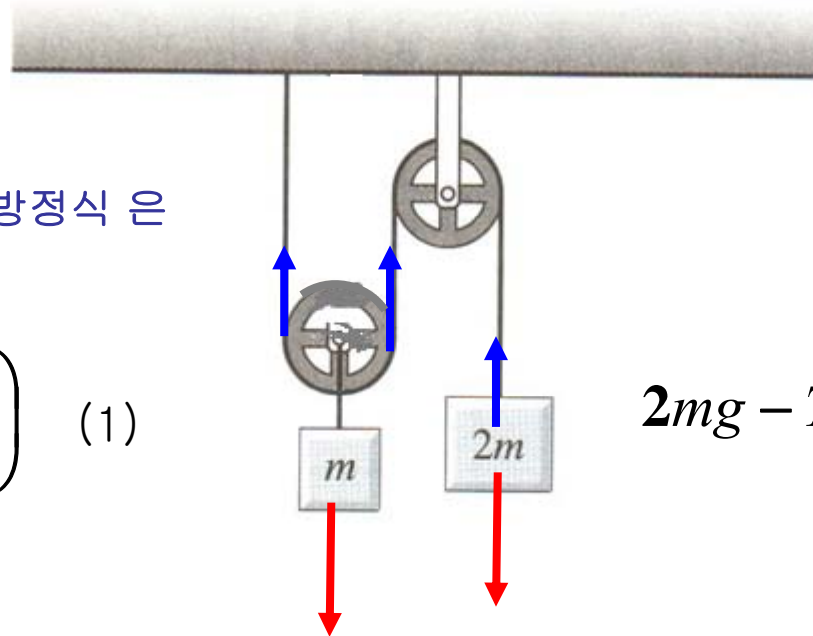
연습4-15. 아래 그림에서 질량 $2m$ 인 물체의 하향 가속도의 크기를 중력가속도 g 로 나타내어라. (단, 도르래 질량은 무시한다.)

풀이

두 물체에 대한 운동방정식은

$$2T - mg = m\left(\frac{a}{2}\right) \quad (1)$$

$$2mg - T = (2m)a \quad (2)$$



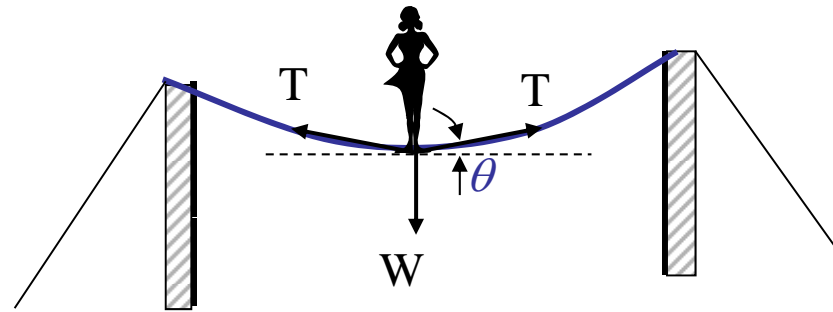
질량 m 인 물체의 가속도는 질량 $2m$ 물체의 가속도의 $\frac{1}{2}$ 이다 .

(1) 식과 (2)식을 연립하여 풀면

$$\therefore a = \frac{2}{3}g$$

물리학과 홈페이지 예제문제

예제 4-2 무게 W 인 써커스 단원이 공중에서 줄을 타고 있다. 줄의 장력은 얼마인가?



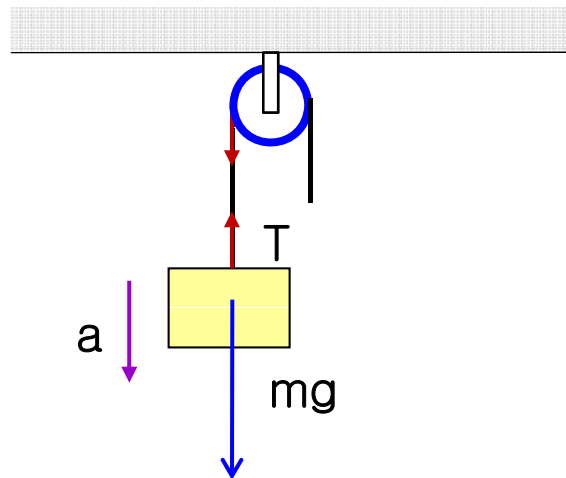
x 방향 힘의 방정식 : $T \cos \theta - T \cos \theta = 0$

y 방향의 힘의 방정식 $2T \sin \theta - W = 0$

$$\therefore T = \frac{W}{2 \sin \theta} \quad \theta \approx 0 \Rightarrow T \gg W$$

(θ 가 작을 수록 장력은 커진다)

예제문제 4-5 5kg의 콘크리트가 로프에 매달려 2.8 m/s^2 의 **가속도로** 내려오고 있다. 콘크리트가 로프에 작용하는 힘의 크기와 방향은?

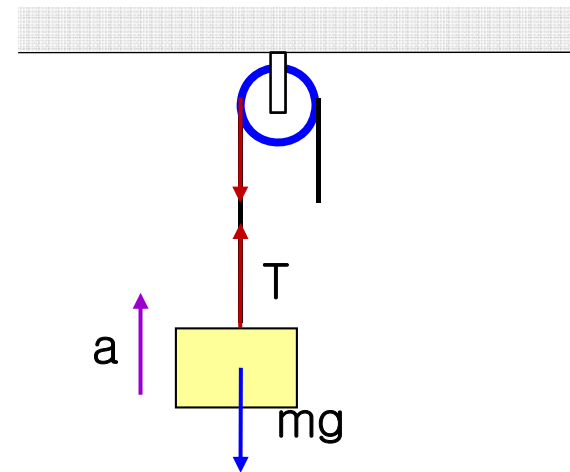


$$mg - T = ma$$

$$\begin{aligned} T &= m(g - a) = 5\text{kg} \times (9.8 - 2.8) \\ &= 5\text{kg} \times (9.8 - 2.8) \\ &= 35\text{N} \end{aligned}$$

콘크리트가 로프에 작용하는 힘
아래 방향, 35N

(수정) 예제문제 4-5] 5kg의 콘크리트가 로프에 매달려 2.8 m/s^2 로 감속되며 내려오고 있다. **로프가 콘크리트에** 작용하는 힘의 크기와 방향은?



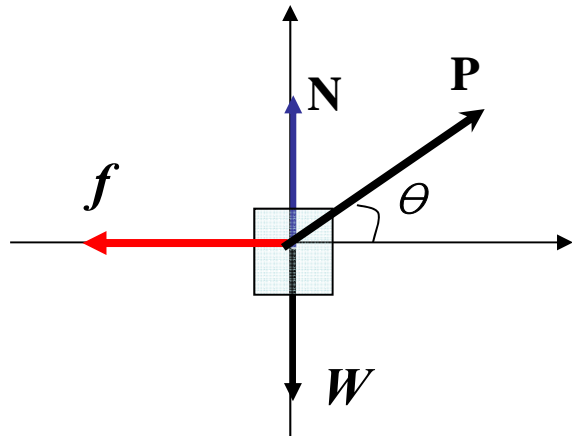
$$T - mg = ma$$

$$\begin{aligned} T &= m(g + a) = 5\text{kg} \times (9.8 + 2.8) \\ &= 5\text{kg} \times (9.8 + 2.8) \\ &= 63\text{N} \end{aligned}$$

로프가 콘크리트에 작용하는 힘
위 방향, 63N

예제 4.7 한 소년이 거친 수평 바닥면에서 나무 상자를 일정한 속력으로 아래 그림과 같은 힘을 주며 당겼다. W 와 N 의 관계는?(단 f 는 마찰력이고 N 은 수직항력 W 는 무게이다)

일정한 속력이므로 x, y 방향 모두 힘은 평형상태이다. 각 방향의 운동방정식은



$$ma_x = 0$$

$$ma_y = 0$$

$$ma_x = P \cos \theta - f = 0$$

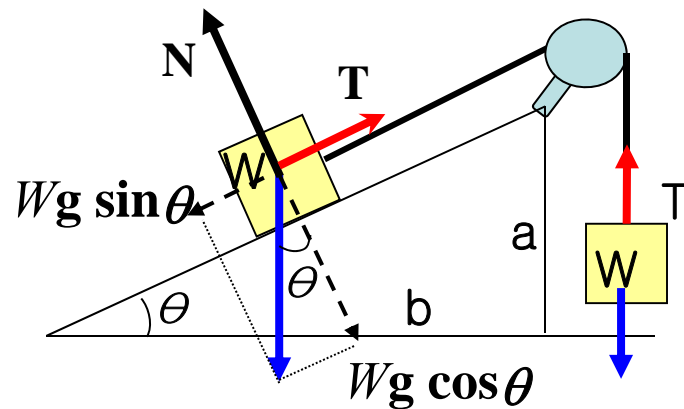
$$ma_y = P \sin \theta + N - W = 0$$

$$P \cos \theta = f \Rightarrow P > f$$

$$W = N + P \sin \theta \Rightarrow W > N$$

각 θ 가 0 보다 크고 90도 보다 작으므로 $\cos \theta$ 와 $\sin \theta$ 값은 1 보다 작다. 따라서 소년이 끄는 힘 P 는 마찰력보다 크고 수직항력은 나무상자의 무게보다 작다.

예제 4-10 아래그림과 같이 정지한 두 나무판 중에 빗면위에 놓인 나무판에 작용하는 마찰력은 얼마인가? ($W=5\text{kg}$, $a=3\text{m}$, $b=4\text{m}$)



-빗면에 놓인 물체에 작용하는 힘:

$$T - f - W \sin \theta = 0$$

-매달린 물체에 작용하는 힘:

$$T = Wg$$

위의 두 식을 연립하면

$$f = T - Wg \sin \theta = Wg(1 - \sin \theta)$$

$$= Wg\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) = 5g\left(1 - \frac{3}{5}\right) = 2g = 19.6\text{N}$$