

제 4장 연습문제 및 예제문제

연습문제

4-1, 4-6, 4-11

4-2, 4-7, 4-12

4-3, 4-8, 4-13

4-4, 4-9, 4-14

4-5, 4-10, 4-15

홈페이지

예제문제

4-2

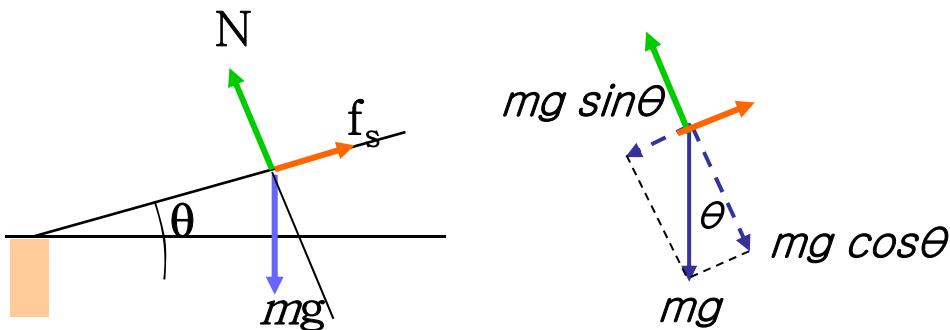
4-5

4-7

4-10

연습 4-1 어떤 물체와 바닥 면과의 정지 마찰계수가 얼마인가를 측정하기는 쉽다. 바닥면과 같은 상태의 판면 사이에 어떤 물체를 놓고 판면의 한끝을 천천히 들어 올렸더니 어느 각도에 이르러 물체는 미끄러져 내리기 시작하였다. 그 각도를 θ 라 할 때 정지마찰계수는 얼마인가?

풀이



빗면에 수직한 방향 $N - mg \cos \theta = 0,$
 빗면의 방향 $f_s - mg \sin \theta = 0$

마찰력의 크기는 수직항력에 비례함 $f_{s\max} = \mu_s N$

$$f_s = mg \sin \theta = f_{s\max} = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta$$

$$\mu_s = \tan \theta_0$$

연습 4-2 화물이 실린 어떤 비행기의 무게는 2.75×10^6 N이다. 그 비행기의 엔진 추진력이 6.35×10^6 N이라면 최저 이륙 속력이 285 km/h에 도달하기 위해 필요한 활주로의 길이는 최소 얼마인가?

풀이

비행기의 처음속도: $v_0 = 0$

$$\text{비행기의 이륙속도: } v = 285 \left(\frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \left(\frac{10^3 \text{m}}{\text{km}} \right) \left(\frac{\text{h}}{3600 \text{sec}} \right) = 79.166 \text{m/s}$$

등가속도 운동의 공식에 의해 구할 수 있다 $v^2 - v_0^2 = 2as$

$$\text{추진력 } F \text{에 의해 얻는 가속도는 } a = \frac{F}{m} = \frac{F}{W/g} \quad (\text{비행기의 무게: } W = mg)$$

$$s \geq \frac{v^2}{2a} = \frac{v^2}{2} \left(\frac{W}{Fg} \right) = \frac{79.166^2 \times 2.75 \times 10^6}{2 \times 6.35 \times 10^6 \times 9.8 \times 10^6} = 138 \text{m}$$

(다른 방법) 활주로의 길이를 s 라 하고 일 에너지 정리를 사용하면

$$Fs = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow s = \frac{mv^2}{2F} = \frac{v^2}{2F} \left(\frac{W}{g} \right) = \frac{(79.166)^2 \times 2.75 \times 10^6}{2 \times 6.35 \times 10^6 \times 9.8} = 138 \text{m}$$

연습 4-3 질량이 100kg 인 물체에 질량이 10kg 인 밧줄을 연결하여 수평 방향으로 110N 의 힘으로 끌고 있다.

(가) 물체에 작용하는 힘은?

풀이

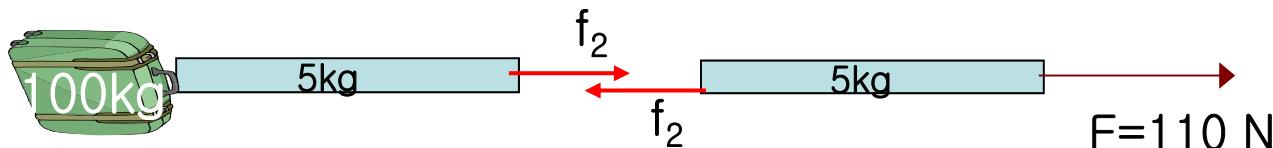


밧줄과 물체에 작용하는 가속도는 연결되어 있으므로 같은 가속도를 가진다. 그러므로

$$\text{밧줄과 물체에 작용하는 가속도 : } a = \frac{F}{m} = \frac{110N}{100+10(kg)} = 1m/s^2$$

$$\text{물체에 작용하는 힘 } f_1 : f_1 = 100a = 100kg \times 1m/s^2 = 100N$$

(나) 밧줄 중간 부분에 작용하는 장력은?



그림처럼 물체와 밧줄의 반에 작용하는 힘이므로

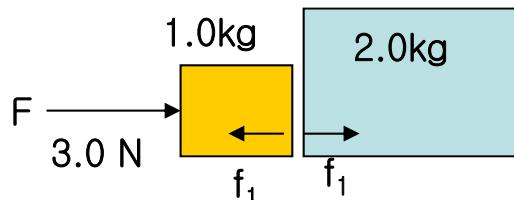
$$\therefore f_2 = 105 a = 105 kg \times 1 m/s^2 = 105 N$$

$$(\text{또는 } F - f_2 = 110 - f_2 = 5a \Rightarrow f_2 = 105a)$$

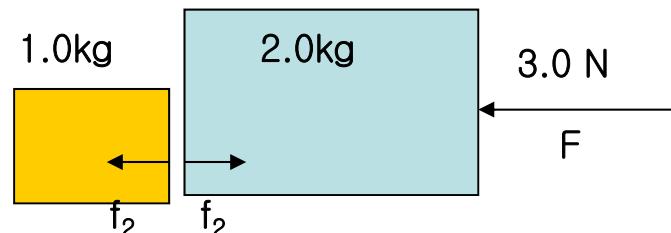
연습 4-4 마찰이 없는 책상에 두 물체가 접촉해 있다. 두 물체의 질량이 각각 1.0kg, 2.0kg이고 3.0 N의 힘을 1.0kg에 작용시킬 때 (가) 두 물체 간의 접촉력은? (나) 같은 힘을 2.0kg에 작용할 때 두 물체끼리 작용하는 힘의 크기를 구하라

(가) 왼쪽에 3.0N을 가했을 때

풀이



(나) 오른쪽에 3.0N을 가했을 때



작용과 반작용에 의해 같은 힘으로 서로 반대방향으로 만다 (f_1, f_2)

두 물체가 접촉해 있으므로
(가)와 (나) 모두 가속도는 1.0m/s^2
이지만 접촉력 f_1 과 f_2 는 각각 다르다

$$a = \frac{F}{m} = \frac{3.0\text{N}}{2.0 + 1.0(\text{kg})} = 1.0\text{m/s}^2$$

(가) 1kg에 작용한 알짜힘

$$F - f_1 = 3.0 - f_1 = 1.0 \times a \quad (1)$$

2kg에 작용한 알짜힘

$$f_1 = 2.0 \times a \quad (2)$$

(접촉력)

$$\therefore f_1 = 2.0\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 2.0\text{N}$$

(나) 2kg에 작용한 알짜힘

$$F - f_2 = 3.0 - f_2 = 2.0 \times a \quad (1)$$

1kg에 작용한 알짜힘

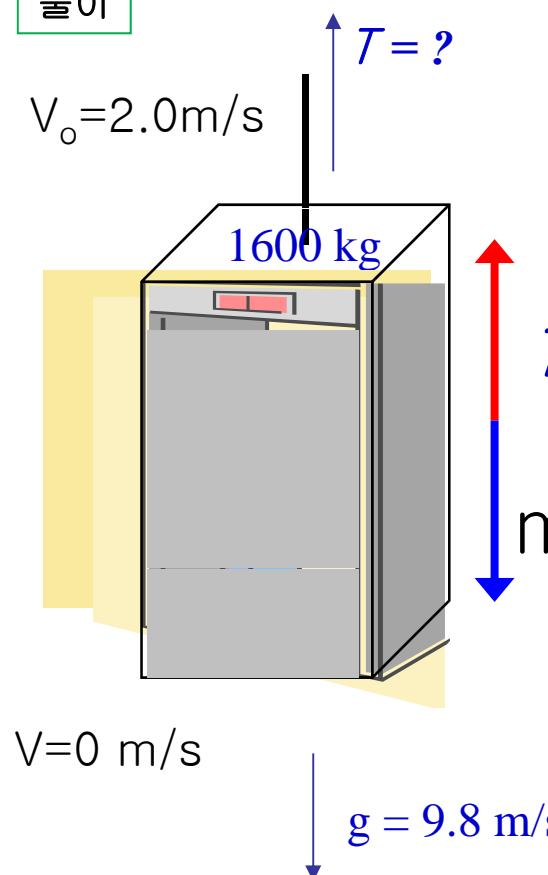
$$f_2 = 1.0 \times a \quad (2)$$

(접촉력)

$$\therefore f_2 = 1.0\text{kg} \times 1\text{m/s}^2 = 1.0\text{N}$$

5. 승강기의 총 질량이 2,000 kg 이다 초속도 2.0 m/s 로 내려오던 승강기가 어느 순간 부터 일정한 가속도로 감속하여 4.0 m 더 간 후 정지하였다. 정지하기 까지 승강기를 연결한 줄의 장력은 얼마인가 ? (중력가속도의 크기를 10 m/s^2 으로 계산하시요)

풀이



일정한 가속도로 감속하므로 가속도는 위로 작용하는 것으로 볼 수 있다. 가속도의 크기는

$$\Rightarrow a = \frac{v^2 - v_0^2}{2s} = \frac{0 - (2.0 \text{ m/s})^2}{2 \times 5 \text{ m}} = 0.4 \text{ m/s}^2 \leftarrow (v^2 - v_0^2 = 2as)$$

엘리베이터의 질량을 m 이라 놓고 힘의 방정식을 왼쪽 그림을 통해 T , mg 가 줄다리기 해서 그 결과 윗쪽으로 올라가면

$$T - mg = ma$$

$$T = mg + ma = m(g + a)$$

$$= (1600 \text{ kg}) \cdot (9.8 + 0.4) \text{ m/s}^2$$

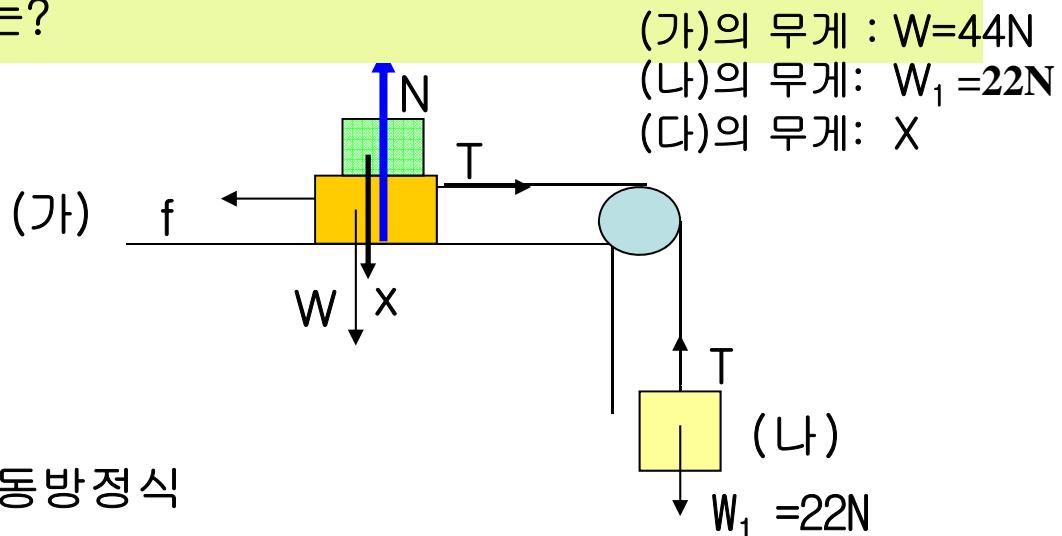
$$= 16,320 \text{ N}$$

정답 : 16,320 N

연습 4-6 그림과 같이 도르래를 통하여 연결된 두 물체가 있다. 수평면에 놓인
 (가)의 무게는 44 N이고 ;(나) 무게는 22 N이다. 물체와 수평면간의
 마찰계수가 0.20이라면 (가)물체가 미끄러지지 않게 그 위에 놓아야
 할 물체(다)의 최소무게는?

풀이

물체가 미끄러지지 않게 놓아 둘 물체의 무게(중력)를 x 라 놓고 (가)와 (나)에 작용하는 힘을 통해 (가)와 (나)에 대해 운동방정식을 세워 본다. 이 물체는 정지해 있는 상태이므로 가속도는 0이다



(나)에 작용하는 힘에 대한 운동방정식

$$T - W_1 = T - 22N = 0 \Rightarrow T = 22N \quad (1)$$

(가+다)에 작용하는 힘에 대한 운동방정식해서 y축 방향: $N = W + x \quad (2)$

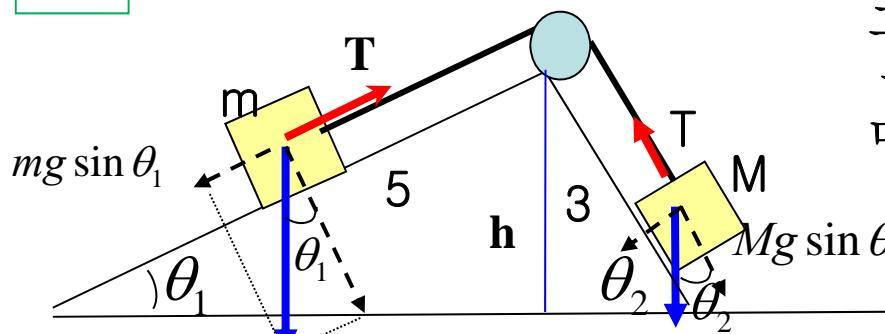
(장력 T와 반대방향으로 마찰력 $f = \mu N$ 이 있음으로 평형을 이루어 미끄러지지 않게 된다)

x축 방향: $f = \mu N = \mu(W + x) = T \quad (3)$

$$\begin{aligned} & (1)(2)(3) \text{ 식을 연립하면} \\ & \Rightarrow 0.2 \times (44 + x) = 22N \\ & \therefore x = 66N \end{aligned}$$

연습 4-7 경사면 길이의 비가 5 : 3 인 두 경사면이 그림과 같이 서로 마주 보고 있다. 두 경사면 위에는 물체 (가)와 (나)가 끈으로 연결되어 평형을 유지하고 있다. 물체 (나)의 질량은 (가)의 질량의 몇배인가?

풀이



그림에서 장력 T 는 서로 같다.
물체 m 과 M 이 평형을 이루어 빗면에서
미끄러지지 않으므로

$$T = mg \sin \theta_1 = Mg \sin \theta_2$$

그림에서

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta_1 = \frac{h}{5}, \quad \sin \theta_2 = \frac{h}{3} \\ \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\left(\frac{h}{5}\right)}{\left(\frac{h}{3}\right)} = \frac{3}{5} \end{array} \right.$$

$$m \sin \theta_1 = M \sin \theta_2$$

$$\Rightarrow \frac{M}{m} = \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{3}{5}$$

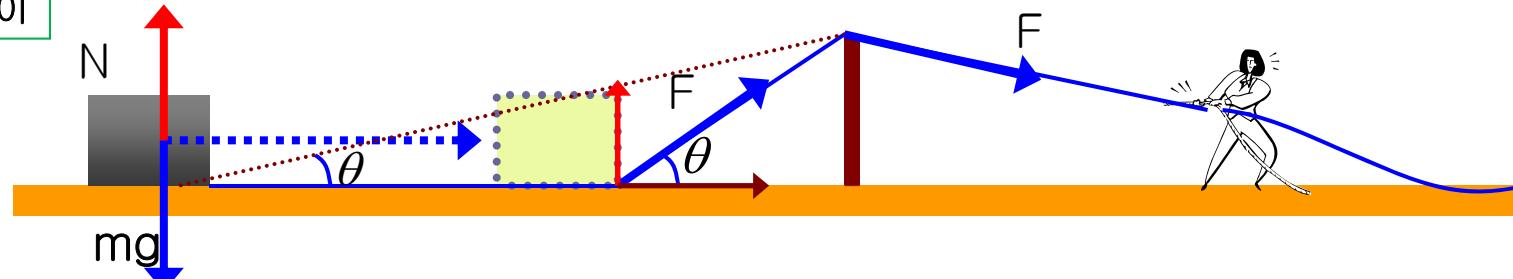
$$M = \frac{3}{5}m$$

또는 사인법칙을 이용하면

$$\frac{5}{\sin \theta_2} = \frac{3}{\sin \theta_1} \Rightarrow \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{3}{5}$$

연습 4-8 담너머에 있는 물체의 밑에 줄을 연결하여 일정한 힘으로 사람이 줄을 잡아 당기면 물체는 담쪽으로 끌려 온다. 물체와 바닥 사이의 마찰은 무시한다. (가) 장력의 세기는 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는가? (나) 이 물체의 가속도는 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는가? (다) 수직항력은 물체의 위치에 따라 어떻게 변하는가?

풀이



(가) 장력 F 는 일정하다

(나) 물체의 운동방정식(수평방향)에서

$$F \cos \theta = ma \Rightarrow a = \frac{F \cos \theta}{m} \quad (0 \leq \theta \leq 90^\circ) \text{ 가 커지면 } a \text{ 는 감소}$$

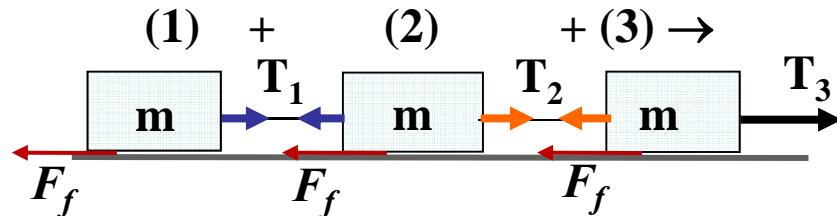
(다) 물체의 운동방정식(수직방향)에서

$$N + F \sin \theta - mg = 0 \Rightarrow N = mg - F \sin \theta \quad (0 \leq \theta \leq 90^\circ)$$

끌려감에 따라 각이 커지게 되면 수직항력은 감소

연습 4-9 아래 그림과 같이 질량이 같은 세 벽돌이 실로 연결되어 마루에 놓여있다. 이제 오른 쪽에서 벽돌을 잡아 당길 때, 세 장력의 크기 비 $T_1:T_2:T_3$ 는? (마찰력을 고려하지 않은 경우)

풀이



세 벽돌은 연결되어 있으므로 전체에 작용한 힘의 방정식 :

$$(1) + (2) + (3) \rightarrow 3ma = T_3 \quad (1)$$

$$(1) + (2) \rightarrow 2ma = T_2$$

$$ma = T_1$$

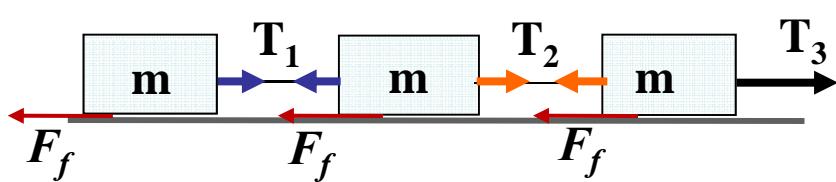
$$\therefore T_1 : T_2 : T_3 = 1 : 2 : 3$$

(마찰력을 고려한 경우에도 같다)

연습 4-9 아래 그림과 같이 질량이 같은 세 벽돌이 실로 연결되어 마루에 놓여 있다. 이제 오른 쪽에서 벽돌을 잡아 당길 때, 세 장력의 크기 비 $T_1:T_2:T_3$ 는?

풀이

세 벽돌은 연결되어 있으므로 전체에 작용한 힘의 방정식 :



$$(1) + (2) + (3) \rightarrow 3ma = T_3 - 3F_f$$

$$a = \frac{T_3 - 3F_f}{3m} \quad (4)$$

각 물체에 작용한
알짜힘의 크기 :

$$ma = T_3 - T_2 - F_f \quad (1)$$

$$ma = T_2 - T_1 - F_f \quad (2)$$

$$ma = T_1 - F_f \quad (3)$$

$(4) \rightarrow (3)$ 로 대입하면 장력 T_1 은

$$T_1 = ma + F_f = m\left(\frac{T_3 - 3F_f}{3m}\right) + F_f = \frac{T_3}{3}$$

$(4) \rightarrow (2)$ 로 대입하면 장력 T_2 는

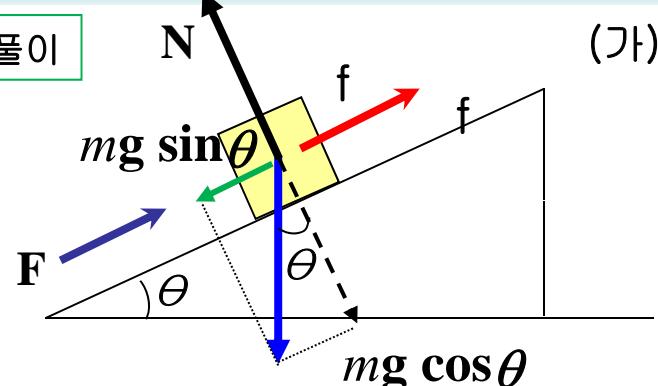
$$\begin{aligned} T_2 &= T_1 + F_f + ma = (ma + F_f) + (F_f + ma) = \\ &= 2ma + 2F_f = 2m\left(\frac{T_3 - 3F_f}{3m}\right) + 2F_f = \frac{2}{3}T_3 \end{aligned}$$

$$\therefore T_1 : T_2 : T_3 = \frac{T_3}{3} : \frac{2T_3}{3} : T_3 = 1 : 2 : 3$$

연습 4-10 그림과 같이 각도 θ 로 경사진 빗면에 질량이 m 인 물체가 놓여있다. 물체와 면 사이의 정지마찰계수는 μ_s 이고 운동마찰계수는 μ_k 이다. 이때 빗면과 평행하게 크기가 F 인 힘을 가한다.

- (가) $F=0$ 이면 물체가 미끄러져 내려온다. 이 물체가 미끄러지지 않게 하려면 F 는 최소한 얼마이여야 하는가?
- (나) 이 물체가 빗면 위쪽으로 가속도의 크기가 a 로 미끄러져 올라가고 있다면 이 때 가해진 힘의 크기는 얼마인가?

풀이



(가) 이때 마찰력의 방향은 미끄러지는 운동을 일으키지 않게 빗면 위로 작용하며 정지 마찰계수가 작용한다.

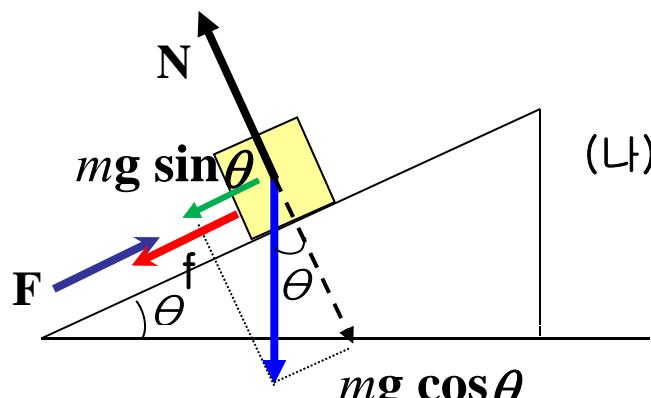
질량 m 인 물체에 작용하는 힘

$$-\text{빗면에 수직방향} : N = mg \cos \theta \quad (1)$$

$$-\text{빗면방향} : F + f - mg \sin \theta = 0 \quad (2)$$

$$(f = \mu_s N = \mu_s mg \cos \theta)$$

$$F \geq mg(\sin \theta - \mu_s \cos \theta) \quad \because (2)$$



(나) 물체 m 이 빗면 위로 가속도 a 를 가지고 올라가므로 마찰력의 방향은 운동방향과 반대인 빗면 아래이며 운동마찰계수가 작용한다.

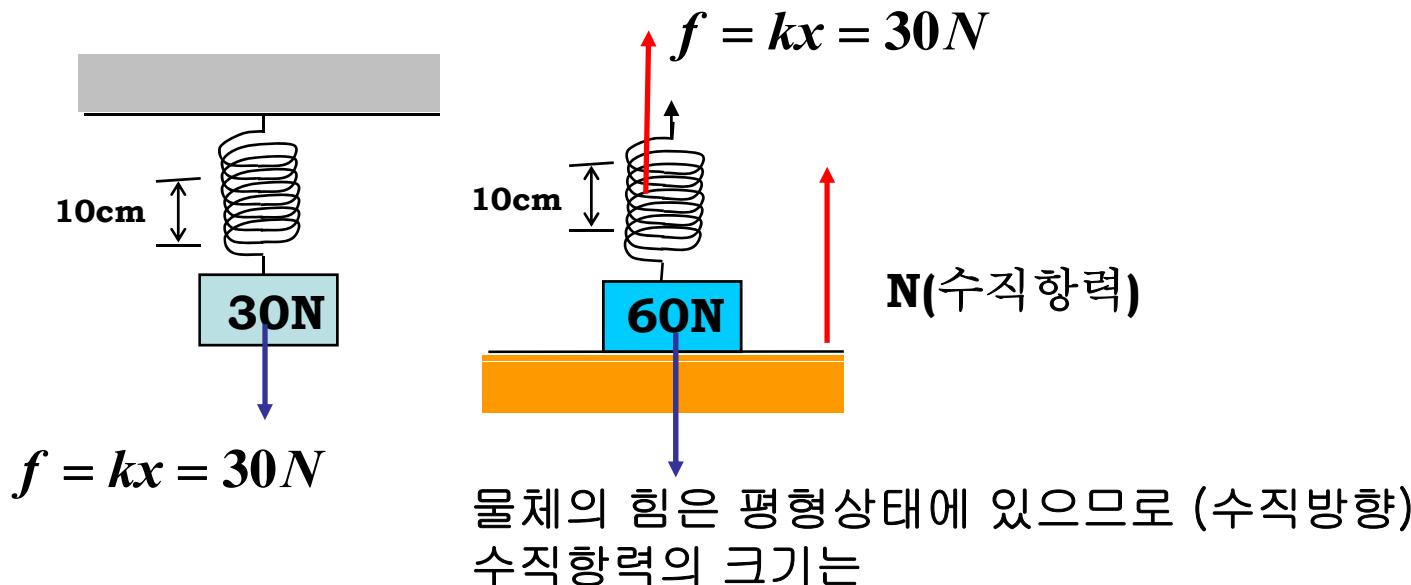
$$ma = F - \mu_k N - mg \sin \theta = F - \mu_k mg \cos \theta - mg \sin \theta$$

$$\Rightarrow F = m(a + g \sin \theta + \mu_k g \cos \theta)$$

f : 마찰력, N : 수직항력

연습4-11 용수철에 무게가 30N인 물체를 매달았더니 용수철의 길이가 10cm 늘어났다. 이 용수철을 바닥에 놓인 무게 60N 인 물체에 연결하고 위로 잡아당겨 길이가 10cm 이 되었을 때 바닥이 물체에 작용하는 수직항력은?

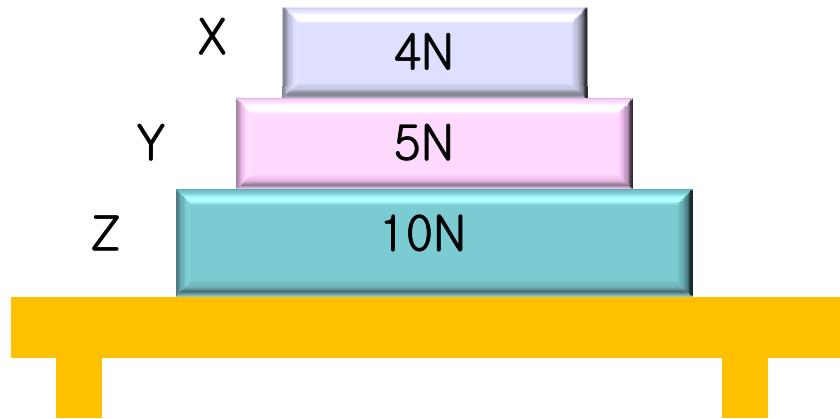
풀이



$$f + N - 60 = 0$$

$$\therefore N = 60 - f = 60 - 30 = 30(N)$$

연습4-12. 세 권의 책(X, Y, Z)이 책상 위에 놓여 있다. X의 무게는 4N, Y의 무게는 5N, Z의 무게는 10N이다. Y에 작용하는 알짜힘은 얼마인가?

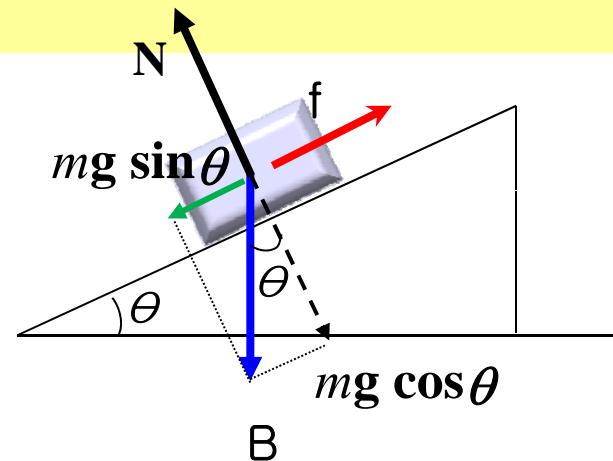
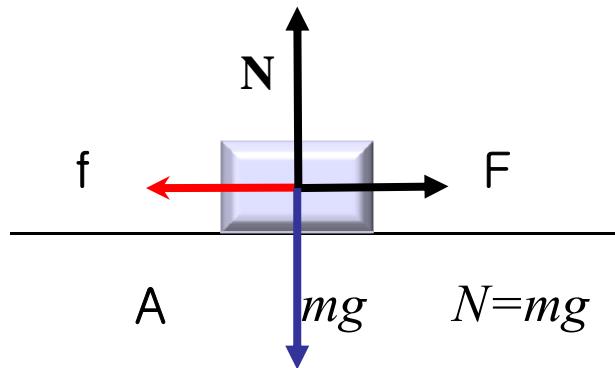


풀이

Y 물체는 평형상태에 있으므로 작용하는 모든 힘의 합력은 0이다.
즉, 알짜힘은 0이다.

연습4-13. 아래 그림 A 와 같이 널빤지 위에 무게 2N 인 상자가 놓여 있다. 이제 널빤지를 B 와 같이 기울여 지면과 45° 의 각도를 이룰 때, 상자가 미끄러지기 시작하였다. 널빤지가 지면과 나란한 A 의 상황에서 상자를 움직이는 최소 힘은 얼마인가?

풀이



B 의 경우 : 물체와 면 사이의 최대정지 마찰계수는 미끄러지기 시작한 빗면의 경사각에 의해 결정된다. (연습 4-1 참조)

$$\mu_s = \tan \theta_0 = \tan 45^\circ = 1$$

A의 경우 : 물체를 움직이려면 최소한 마찰력보다 큰 힘을 주어야 한다.

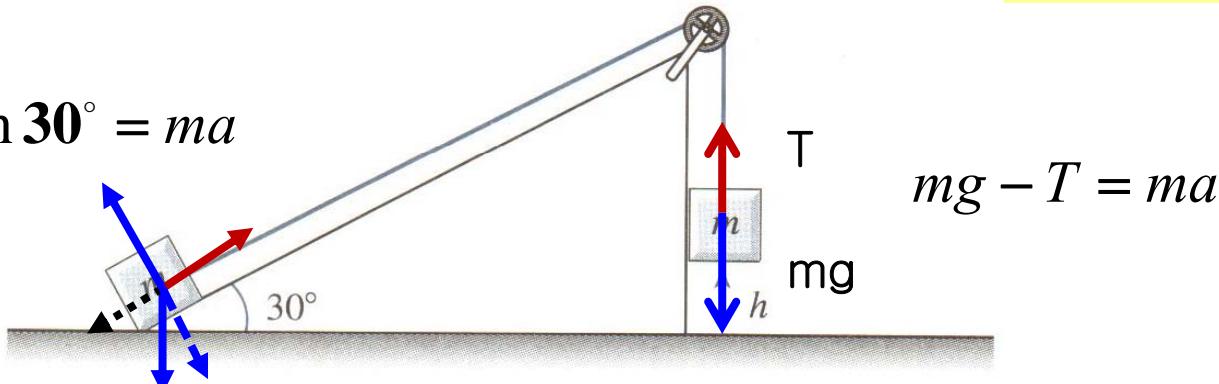
$$\text{최소 힘 } F \geq f = \mu_s N = \mu_s mg = 2(N) \quad (\mu_s = 1, mg = 2)$$

연습4-14. 아래 그림과 같이 질량이 m 으로 같은 두 물체가 마찰이 없는 경사면에 마찰이 없는 도르래를 통해 질량을 무시할 수 있는 끈으로 연결되어 있다. 초기에 왼쪽 물체는 지면에 닿아 있고 오른쪽 물체를 높이 h 에서 정지 상태로 떨어뜨린다고 하자. (중력가속도는 g 이다.)

(1) 오른쪽 물체가 지면에 닿기 전에 두 물체의 가속도의 크기는 얼마인가?

풀이

$$T - mg \sin 30^\circ = ma$$



$$mg - T = ma$$

두 물체에 대한 힘의 방정식을 각각 구하여 연립하여 가속도를 구할 수 있다.

$$\begin{array}{ll} \text{왼쪽물체} & T - mg \sin 30^\circ = T - \frac{1}{2}mg = ma \quad (1) \\ & \therefore a = \frac{1}{4}g \\ \text{오른쪽 물체} & mg - T = ma \quad (2) \end{array}$$

(2) 오른쪽 물체가 지면에 닿기 직전 두 물체의 속력은 얼마인가?

풀이

오른쪽 물체의 처음 속력은 0 이고 가속도 $a = g/4$ 로 떨어지게 되므로

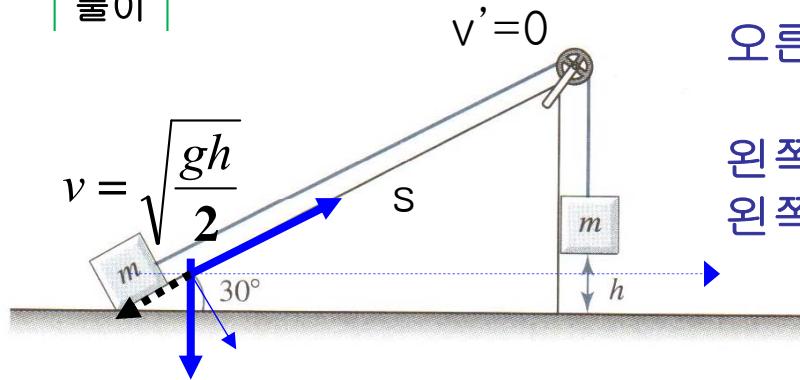
$$v^2 - v_0^2 = 2ah \Rightarrow v = \sqrt{2\left(\frac{g}{4}\right)h} = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

연습4-14. 계속

(3) 왼쪽의 물체는 수직 방향으로 최고 얼마만큼 올라가겠는가?

(주의: 오른쪽 물체가 지면에 닿아 정지한 이후에도 왼쪽 물체는 계속 움직일 수 있다.)

풀이



오른쪽 물체가 지면으로 떨어졌을 때

왼쪽 물체가 움직인 거리 : 빗면상으로 h

왼쪽 물체의 속도는 오른쪽 물체의 속력과 같다.

$$v = \sqrt{\frac{gh}{2}}$$

(오른쪽 물체가 떨어진 후에는) 왼쪽 물체가 중력가속도의 빗면 성분인 $-a' = g\sin \theta$ 에 의해 감속되므로 정지할 때까지 움직인 빗면 상의 거리는

$$v'^2 - v^2 = 2as \Rightarrow 0 - \left(\sqrt{\frac{gh}{2}} \right)^2 = -2 \left(\frac{g}{2} \right)(s) \therefore s = \frac{h}{2}$$

그러므로 왼쪽 물체가 이동한 총 빗면상의 거리는 $\frac{3h}{2}$ 이고
수직방향으로 이동한 최고 높이는

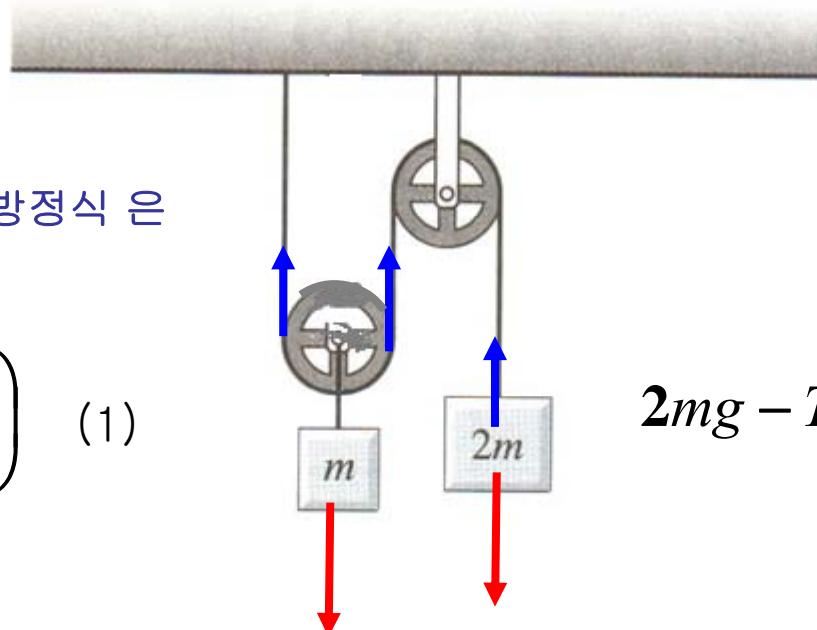
$$\therefore h' = \frac{3h}{2} \sin 30^\circ = \frac{3h}{4}$$

연습4-15. 아래 그림에서 질량 2m 인 물체의 하향 가속도의 크기를 중력가속도 g
로 나타내어라. (단, 도르래 질량은 무시한다.)

풀이

두 물체에 대한 운동방정식은

$$2T - mg = m\left(\frac{a}{2}\right) \quad (1)$$



$$2mg - T = (2m)a \quad (2)$$

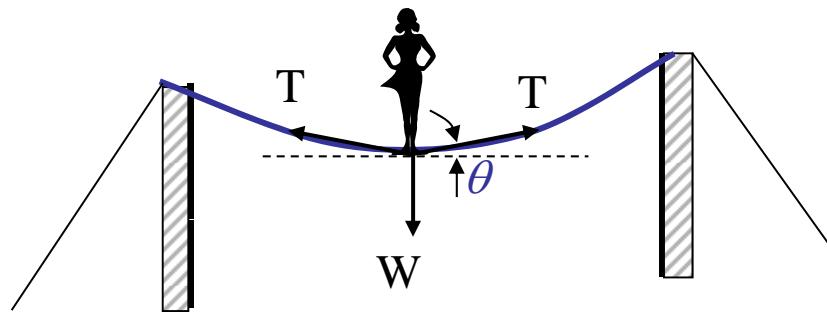
질량 m 인 물체의 가속도는 질량 $2m$ 물체의 가속도의 $\frac{1}{2}$ 이다.

(1) 식과 (2)식을 연립하여 풀면

$$\therefore a = \frac{2}{3}g$$

물리학과 홈페이지 예제문제

예제 4-2 무게 W 인 써커스 단원이 공중에서 줄을 타고 있다. 줄의 장력은 얼마인가?



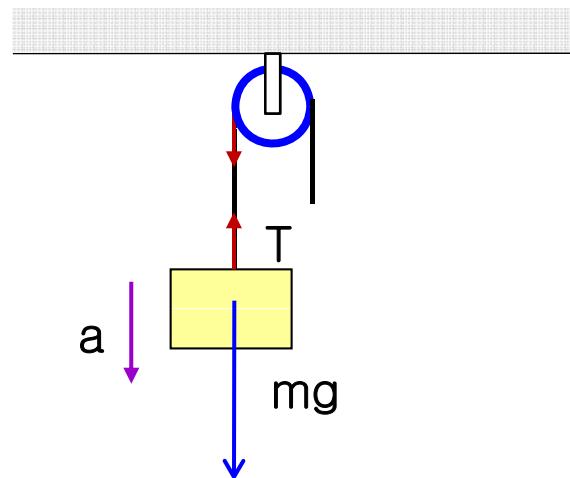
x 방향 힘의 방정식 : $T \cos \theta - T \cos \theta = 0$

y 방향의 힘의 방정식 $2T \sin \theta - W = 0$

$$\therefore T = \frac{W}{2 \sin \theta} \quad \theta \approx 0 \Rightarrow T \gg W$$

(θ 가 작을 수록 장력은 커진다)

예제문제 4-5 5kg 의 콘크리트가 로프에 매달려 2.8 m/s^2 의 **가속도로내려** 오고 있다. 콘크리트가 로프에 작용하는 힘의 크기와 방향은?

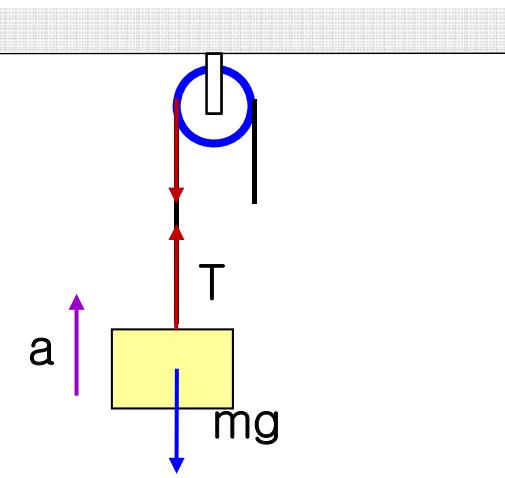


$$mg - T = ma$$

$$\begin{aligned} T &= m(g-a) = 5\text{kg} \times (9.8 - 2.8) \\ &= 5\text{kg} \times (9.8 - 2.8) \\ &= 35\text{N} \end{aligned}$$

콘크리트가 로프에 작용하는 힘
아래 방향, 35N

(수정) 예제문제 4-5] 5kg 의 콘크리트가 로프에 매달려 2.8 m/s^2 로 감속되며 내려오고 있다. **로프가 콘크리트에 작용하는 힘의 크기와 방향은?**



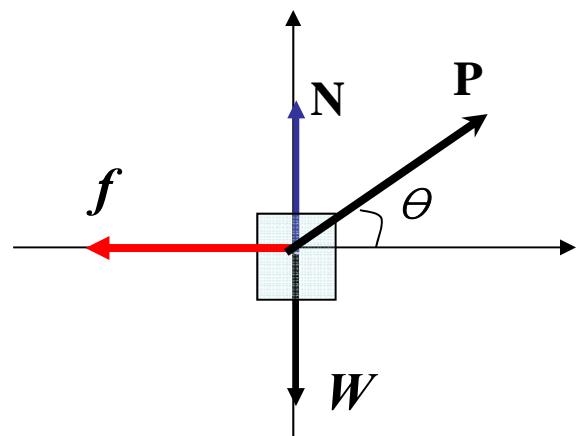
$$T - mg = ma$$

$$\begin{aligned} T &= m(g + a) = 5\text{kg} \times (9.8 + 2.8) \\ &= 5\text{kg} \times (9.8 + 2.8) \\ &= 63\text{N} \end{aligned}$$

로프가 콘크리트에 작용하는 힘
위 방향, 63N

예제 4.7 한 소년이 거친 수평 바닥면에서 나무 상자를 일정한 속력으로 아래 그림과 같은 힘을 주며 당겼다. W 와 N 의 관계는?(단 f 는 마찰력이고 N 은 수직항력 W 는 무게이다)

일정한 속력이므로 x , y 방향 모두 힘은 평형상태
이다. 각 방향의 운동방정식은



$$ma_x = P \cos \theta - f = 0$$

$$ma_y = P \sin \theta + N - W = 0$$

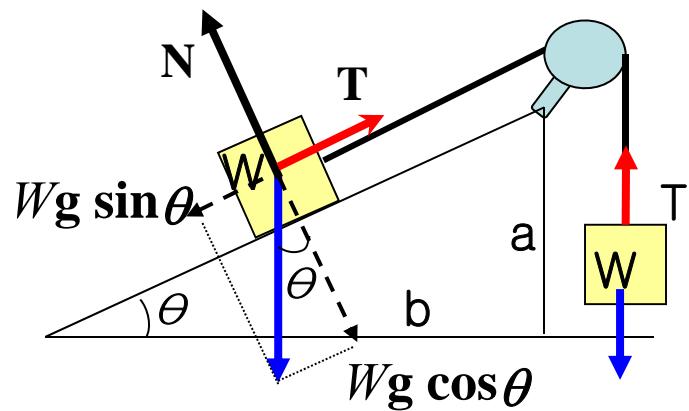
$$\begin{aligned} ma_x &= 0 \\ ma_y &= 0 \end{aligned}$$

$$P \cos \theta = f \Rightarrow P > f$$

$$W = N + P \sin \theta \Rightarrow W > N$$

각 θ 가 0 보다 크고 90도 보다 작으므로 $\cos \theta$ 와 $\sin \theta$ 값은 1 보다 작다. 따라서 소년이 끄는 힘 P 는 마찰력보다 크고 수직항력은 나무상자의 무게보다 작다.

예제 4-10 아래그림과 같이 정지한 두 나무판 중에 빗면위에 놓인 나무판에 작용하는 마찰력은 얼마인가?($W=5\text{kg}$, $a=3\text{m}$, $b=4\text{m}$)



-빗면에 놓인 물체에
작용하는 힘:

$$T - f - W \sin \theta = 0$$

-매달린 물체에 작용
하는 힘:

$$T = Wg$$

위의 두 식을 연립하면

$$f = T - Wg \sin \theta = Wg(1 - \sin \theta)$$

$$= Wg\left(1 - \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) = 5g\left(1 - \frac{3}{5}\right) = 2g = 19.6\text{N}$$